

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 544.4+004.4

ПОИСК ОПТИМАЛЬНОГО СОСТАВА РЕАКЦИОННОЙ СМЕСИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА ИМИТАЦИИ ОТЖИГА

© Э. Н. Мифтахов, Д. В. Иванов

*Уфимский университет науки и технологий,
450076, г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32
E-mail: promif@mail.ru*

В общем виде сформулирована задача определения оптимального начального состава реакционной смеси. Описан метод решения поставленной задачи, в основе которого лежит алгоритм имитации отжига. Проведён вычислительный эксперимент для ферментативной реакции Михаэлиса — Ментен и реакции аминотилирования тиолов. Выполнен подбор параметров для эффективной работы алгоритма. С помощью представленного метода найден оптимальный исходный состав реакционной смеси, при котором достигается максимальный выход целевого продукта. Приведён анализ эффективности данного алгоритма путём сопоставления с результатами работы других методов оптимизации.

Ключевые слова: оптимальный начальный состав, алгоритм имитации отжига, генетический алгоритм, метод градиентного спуска, непрерывная оптимизация.

DOI: 10.15372/AUT20240514

EDN: DRXHO0

Введение. Применение методов оптимизации для физико-химической отрасли имеет огромный практический интерес при решении задач планирования производства. Наиболее ярко эти методы демонстрируют себя при решении задач по определению состава реакционной смеси с целью достижения заданного критерия эффективности. Актуальность таких задач не вызывает сомнения, поскольку их решение позволяет значительно повысить эффективность химических реакций и способствовать улучшению выхода целевого продукта. Точное определение начального состава помогает избежать избыточного расхода реагентов, что, в свою очередь, экономит ресурсы, уменьшая выбросы и негативное воздействие на окружающую среду, снижает затраты и делает производственные процессы более устойчивыми.

Химическую реакцию можно описать с помощью кинетической модели, представляющей собой функциональную зависимость скорости реакции от условий её протекания, таких как концентрации реагентов, температура, давление [1]. Эта модель формализована в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения, входящие в такую систему, как правило, нелинейны, система имеет большую размерность, а на фазовые переменные зачастую накладываются ограничения. Отсутствие аналитического представления целевой функции и необходимость поиска глобального экстремума затрудняет использование классических методов оптимизации, таких как градиентный спуск, метод сопряжённых градиентов, метод покоординатного спуска и др. [2]. В подобной ситуации одним из способов решения данной задачи может быть многократное решение системы дифференциальных уравнений с варьированием начальных концентраций. Однако такой подход может потребовать значительных вычислительных ресурсов ввиду большого количества итераций, на каждой из которых происходит решение прямой кинетической задачи.

В настоящее время широкое распространение получили эвристические методы оптимизации, концептуально отличающиеся от традиционных [3]. Эвристические методы хорошо справляются с задачами оптимизации, для которых нет известных аналитических решений или при наличии большого числа переменных и ограничений. Их способность исследования обширных пространств поиска решений представляет собой важное преимущество при выполнении сложных задач, включающих в себя множество допустимых вариантов, что открывает возможности их использования там, где невозможно применение классических алгоритмов.

Одним из наиболее известных эвристических методов является генетический алгоритм (Genetic Algorithm), который в своей работе имитирует природные способы оптимизации: наследование, мутацию и отбор на основе приспособленности [4]. Благодаря этому алгоритм может работать с большими пространствами поиска и сложными функциями оценки, что особенно важно в контексте многофакторных физико-химических систем. В частности, в [5] продемонстрировано применение генетического алгоритма к решению задачи поиска оптимальных начальных концентраций для реакции аминотилирования тиолов. Полученный результат удовлетворительно согласуется с экспериментом. Однако генетический алгоритм обладает рядом недостатков, среди которых, например, проблема вырождения популяции, приводящая к неверному решению. Указанная и другие проблемы решаются с помощью тонкой настройки многочисленных параметров алгоритма, что представляет собой отдельную задачу [6] и требует детального рассмотрения для каждого отдельного процесса.

Другим известным эвристическим алгоритмом является алгоритм имитации отжига (Simulated Annealing) [7]. Алгоритм отжига основан на имитации физического процесса образования кристаллической структуры в веществе. Атомы в кристаллической решётке, например, металла могут переходить в состояние с меньшим или большим уровнем энергии либо оставаться на месте. С понижением температуры вероятность такого перехода в новое состояние уменьшается, а энергия кристалла стремится к минимуму. Имитируя такой процесс, можно найти глобальный экстремум некоторой целевой функции. Алгоритм достаточно прост в реализации и имеет гораздо меньшее количество настраиваемых параметров. Алгоритм отжига и его модификации чаще всего применяются для решения таких дискретных задач, как задача маршрутизации [8, 9], распределение нагрузки [10, 11], разработка цифровых схем [12], также возможно его использование и для задач непрерывной оптимизации [13]. Применение данного алгоритма к решению задач оптимизации в контексте исследования сложных физико-химических систем представляет собой большой научный и практический интерес.

Целью данной работы является исследование применимости алгоритма имитации отжига к решению задачи определения оптимального начального состава реакционной смеси, а также оценка его эффективности путём сопоставления с результатами работы других методов оптимизации.

Постановка задачи. Сформулируем задачу определения оптимального начального состава реакционной смеси в общем виде. Пусть химическая реакция на промежутке времени $[0, t_{\text{end}}]$ описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x(t)) \quad (1)$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0, \quad (2)$$

где $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T$ — вектор концентраций веществ; t — время; $f(t, x(t))$ — непрерывная вектор-функция; $x(0) = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ — вектор начальных концентраций. На начальные условия наложены ограничения вида $x_i^{\min} \leq x_i^0 \leq x_i^{\max}$, $i = \overline{1, n}$.

В качестве критерия оптимальности примем функционал общего вида

$$H = H(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \rightarrow \text{extr}. \quad (3)$$

Требуется определить вектор начальных концентраций веществ $x_0^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$, доставляющий оптимум функционалу (3).

Алгоритм имитации отжига для определения оптимального начального состава реагирующей смеси. Рассмотрим для определённости алгоритм поиска глобального минимума. Пусть задана целевая функция $f : X \rightarrow R$, где $X \subseteq R^n$ — континуальное компактное множество. Функция f является аналогом функции энергии кристалла, а X — множества всех состояний кристалла. Требуется найти такое $x^* \in X$, что $f(x^*) \leq f(x)$ для любого $x \in X$. Алгоритм поиска минимума предполагает свободное задание начального состояния системы $x_0 \in X$; оператора $G(x, k) : X \times N \rightarrow X$, случайно генерирующего новое состояние системы после k -го шага с учётом текущего состояния x ; убывающей последовательности $T_k > 0$, являющейся аналогом понижающейся температуры. В зависимости от способа генерации новой точки и закона уменьшения температуры выделяют три основных варианта: Больцмановский отжиг, отжиг Коши и сверхбыстрый отжиг. Недостатком схемы Больцмана и Коши является относительно медленное убывание температуры, обычно приводящее к медленной сходимости алгоритма, что особенно ярко проявляется при рассмотрении сложных систем. Поэтому в данной работе для решения поставленной задачи использовался сверхбыстрый отжиг [14].

Перечислим основные шаги алгоритма.

Шаг 1. Инициализация алгоритма.

Задать начальное значение температуры $T = T_0$, время протекания реакции t_{end} , счётчик итераций $k = 0$, сгенерировать вектор начальных концентраций $x_{\text{current}} = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)^T$ таким образом, что x_i^0 — случайная величина, равномерно распределённая на промежутке $[x_i^{\min}, x_i^{\max}]$, $i = \overline{1, n}$.

Шаг 2. Решение прямой кинетической задачи.

Решить задачу (1), (2) с учётом начальных условий x_{current} и вычислить значение целевой функции f_{current} . В качестве целевой функции выступает функционал (3).

Шаг 3. Генерация новых начальных условий.

Вычислить новые начальные условия согласно формуле:

$$x_{\text{next}} = x_{\text{current}} + (x^{\max} - x^{\min})z,$$

где x^{\max} , x^{\min} — минимальные и максимальные значения оптимизируемых параметров, а параметр z вычисляется по формуле

$$z = \text{sign}(u - 0,5)T((1 + 1/T)^{|2u-1|} - 1).$$

Здесь u — случайная величина, равномерно распределённая на промежутке $[0, 1]$. Генерация начальных условий происходит до тех пор, пока не выполнится $x^{\min} \leq x_{\text{next}} \leq x^{\max}$.

Шаг 4. Вычисление значения целевой функции f_{next} с учётом новых начальных условий x_{next} .

Шаг 5. Проверка перехода в новое состояние.

Вычислить разность $\Delta = f_{\text{next}} - f_{\text{current}}$. Если $\Delta < 0$, то перейти в новое состояние $x_{\text{current}} = x_{\text{next}}$, $f_{\text{current}} = f_{\text{next}}$, иначе сгенерировать случайную величину η , равномерно распределённую на $[0, 1]$, и вычислить вероятность перехода в новое состояние по формуле $P = \exp(-\Delta/T)$. Если $\eta < P$, то перейти в новое состояние $x_{\text{current}} = x_{\text{next}}$, $f_{\text{current}} = f_{\text{next}}$, увеличить счётчик итераций k на единицу, уменьшить температуру по формулам

$$T = T_0 \exp(-c \sqrt[n]{k}), \quad c = m \exp(-p/n), \quad (4)$$

где m, p — дополнительные параметры алгоритма, n — количество оптимизируемых параметров.

Шаг 6. Завершение алгоритма.

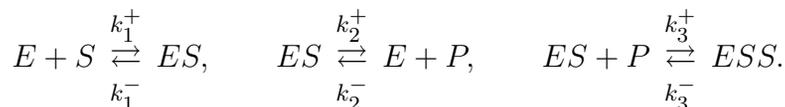
Вычислить расстояние между векторами текущих и новых начальных условий:

$$\Delta x = \|x_{\text{next}} - x_{\text{current}}\|.$$

Если на протяжении N итераций выполнено условие $\Delta x < \varepsilon$, где ε — заданная малая положительная величина, то завершить цикл, иначе перейти к шагу 3.

Основной особенностью алгоритма является его способность на каждом шаге переходить в состояние, увеличивающее значение целевой функции, что позволяет ему «выбираться» из локальных минимумов. Параметры алгоритма, такие как T_0, m, p , подбираются путём проведения серии вычислительных экспериментов.

Вычислительный эксперимент. В данном исследовании проведены вычислительные эксперименты для оценки эффективности алгоритма отжига при решении задачи оптимизации начального состава реакционной смеси. Анализ такой эффективности будем проводить сравнением его производительности с наиболее популярным эвристическим методом — генетическим алгоритмом оптимизации. В качестве первого процесса рассмотрим модель ферментативной реакции, предложенной Михаэлисом и Ментен, схема которой имеет вид [15]



Субстрат S образует с ферментами E , выступающими в роли катализаторов, фермент-субстратный комплекс ES , после чего этот комплекс распадается на ферменты и продукт P . При взаимодействии комплекса ES с продуктом P образуется промежуточный комплекс ESS . Все перечисленные реакции обратимы.

Изменение во времени концентрации каждого из реагентов описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} E : \frac{dx_1}{dt} &= -k_1^+ x_1 x_2 + k_1^- x_3 - k_2^- x_1 x_5 + k_2^+ x_3, \\ S : \frac{dx_2}{dt} &= -k_1^+ x_1 x_2 + k_1^- x_3 - k_3^+ x_2 x_3 + k_3^- x_4, \\ ES : \frac{dx_3}{dt} &= k_1^+ x_1 x_2 - k_1^- x_3 + k_2^- x_1 x_5 - k_2^+ x_3 - k_3^+ x_2 x_3 + k_3^- x_4, \end{aligned} \quad (5)$$

$$ESS : \frac{dx_4}{dt} = k_3^+ x_2 x_3 - k_3^- x_4, \quad P : \frac{dx_5}{dt} = -k_2^- x_1 x_5 + k_2^+ x_3$$

с начальными условиями

$$x_1(0) = x_1^0, \quad x_2(0) = x_2^0, \quad x_3(0) = 0, \quad x_4(0) = 0, \quad x_5(0) = 0. \quad (6)$$

Таблица 1

Кинетические параметры реакции Михаэлиса — Ментен

k_1^+	1 л/(ммоль · мин)	k_1^-	0,8 мин ⁻¹
k_2^+	1,1 мин ⁻¹	k_2^-	0,75 л/(ммоль · мин)
k_3^+	2 л/(ммоль · мин)	k_3^-	1,8 мин ⁻¹

Исходными веществами реакции являются ферменты и субстрат. В качестве кинетических параметров, отражающих скорости элементарных реакций, будем использовать модельные величины, значения которых приведены в табл. 1.

Требуется найти вектор начальных концентраций исходных веществ $x^*(0) = (x_1^*(0), x_2^*(0))^T$, который обеспечивает в конце реакции ($t_{\text{end}} = 10$ мин) максимальную долю продукта x_5 :

$$H(x(t_{\text{end}})) = \frac{x_5(t_{\text{end}})}{x_1(t_{\text{end}}) + x_2(t_{\text{end}}) + x_3(t_{\text{end}}) + x_4(t_{\text{end}}) + x_5(t_{\text{end}})} \cdot 100\% \rightarrow \max$$

при условии, что $0 \leq x_i^*(0) \leq 3$, $i = 1, 2$.

Для решения представленной задачи алгоритм имитации отжига и генетический алгоритм были реализованы на языке Python, а система дифференциальных уравнений решалась с помощью функционала встроенной библиотеки SciPy [16].

Скорость и точность, с которыми алгоритм отжига находит решение, зависят от начальной температуры T_0 и от быстроты её понижения, которая определяется параметрами m и p . Из анализа формул (4) следует, что с увеличением m и уменьшением p температура T убывает быстрее. В случае медленного снижения температуры для нахождения более точного решения требуется большее количество итераций. Если же температура снижается слишком быстро, то повышается вероятность попасть в локальный минимум и найденное решение окажется недостаточно точным. С целью определения наилучших значений T_0 , m и p проведена серия вычислительных экспериментов для разных комбинаций этих параметров, в результате чего установлено, что увеличение T_0 приводит к более медленной сходимости алгоритма. Всего исследовано 36 комбинаций, и в качестве наилучшей по критерию соотношения точности и скорости принята комбинация $T_0 = 1$, $m = 3$, $p = 3$.

Аналогичным образом проводилось тестирование генетического алгоритма, реализованного на основании итерационных шагов, подробно представленных в работе [5]. Согласно результатам проведённого тестирования, наилучший результат достигается при следующей группе параметров: размер популяции $N = 4$, параметр мутации $m = 0,6$, параметр скрещивания $r = 0,5$, кроссинговер — арифметический, тип мутации — равномерный. В качестве критерия останова обоих алгоритмов выступало условие, когда на протяжении трёх поколений расстояние между двумя последними векторами решений становилось менее 10^{-3} или количество обращений к целевой функции достигало 10^4 .

Представленная задача также была решена с помощью классического метода градиентного спуска. И хотя данный алгоритм обычно применяется для поиска локального экстремума, многократный запуск с произвольными начальными условиями позволяет имитировать поиск глобального экстремума. Указанный алгоритм был реализован на Python с использованием функционала библиотеки SciPy. В случаях, когда норма градиента целевой функции становилась менее 0,001, итерационный поиск прекращался.

Производилось 20 запусков каждого алгоритма на ПК с двухъядерным процессором 3,6 ГГц и 8 Гб оперативной памяти под управлением 64-битной операционной системы Windows 7. Эффективность алгоритмов оценивалась по трём критериям: точность, определяющая, насколько близко найденное решение к оптимальному; стабильность, характе-

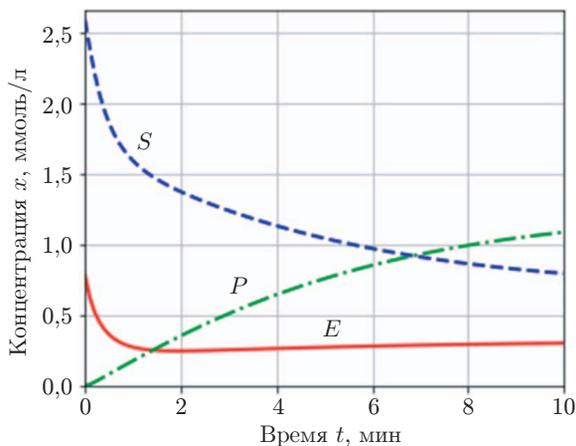


Рис. 1. Зависимость концентраций исходных веществ E , S и целевого продукта P от времени протекания реакции

с начальными условиями:

$$x_1(0) = x_1^0, \quad x_2(0) = x_2^0, \quad x_3(0) = 0, \quad x_4(0) = x_4^0, \quad x_5(0) = 0, \quad x_6(0) = 0. \quad (8)$$

Здесь концентрации выражаются в мольных долях, время t выражается в часах. Значения кинетических констант равны $k_1 = 265 \text{ ч}^{-1}$, $k_2 = 59,4 \text{ ч}^{-1}$. Исходными веществами являются x_1 , x_2 , x_4 , которые в начальный момент времени связаны соотношением

$$x_1(0) + x_2(0) + x_4(0) = 1. \quad (9)$$

Требуется найти вектор начальных концентраций исходных веществ $x^*(0) = (x_1^*(0), x_2^*(0), x_4^*(0))^T$, который обеспечивает в конце реакции ($t_{\text{end}} = 1,5 \text{ ч}$) максимальную концентрацию x_5 :

$$H(x(t_{\text{end}})) = x_5(t_{\text{end}}) \rightarrow \max.$$

Данная задача также была решена с использованием всех представленных методов оптимизации. Параметры алгоритма отжига $T_0 = 1$, $m = 3$, $p = 1$, параметры генетического алгоритма $N = 30$, $m = 0,6$, $r = 0,8$ были взяты из [5]. Критерии останова остались прежними. Результаты работы алгоритмов приведены в табл. 3.

Все три алгоритма позволили достичь одинакового значения целевой функции. Алгоритм градиентного спуска показал значительно меньшую дисперсию по сравнению с алгоритмами отжига и генетическим алгоритмом, что свидетельствует о более стабильной работе. Также он значительно опережает другие алгоритмы по скорости выполнения задачи. Однако процент недопустимых решений при использовании алгоритма градиентного спуска возрастает до 7–8 %. Алгоритм отжига и генетический алгоритм демонстрируют высокую стабильность результатов, но требуют большего времени для выполнения задачи. Низкая скорость сходимости алгоритма отжига в данной задаче обусловлена дополнительным ограничением (9), наложенным на начальные концентрации, что усложняет генерацию новых начальных условий.

На рис. 2 представлена динамика концентраций исходных веществ x_1 , x_2 , x_4 и целевого продукта x_5 на протяжении 1,5 ч, рассчитанных из решения прямой кинетической задачи (7), (8) с начальными условиями $x_1(0) = 0,4700$, $x_2(0) = 0,0521$, $x_4(0) = 0,4779$.

Таблица 3

Сравнение алгоритмов для реакции аминотетирования тиолов

Характеристика	Алгоритм отжига	Генетический алгоритм	Градиентный спуск
Наилучшее значение H	0,453	0,453	0,453
Наилучшее решение $(x_1^*(0); x_2^*(0))^T$	$(0,4700; 0,0521)^T$	$(0,4689; 0,0536)^T$	$(0,4699; 0,0522)^T$
Точность решения	высокая	высокая	высокая
Дисперсия $D(H)$	$1,35 \cdot 10^{-7}$	$1,47 \cdot 10^{-5}$	$1,03 \cdot 10^{-17}$
Стабильность решений	высокая	высокая	высокая
Среднее время работы, с	22,85	20,75	0,24
Скорость сходимости	низкая	низкая	высокая

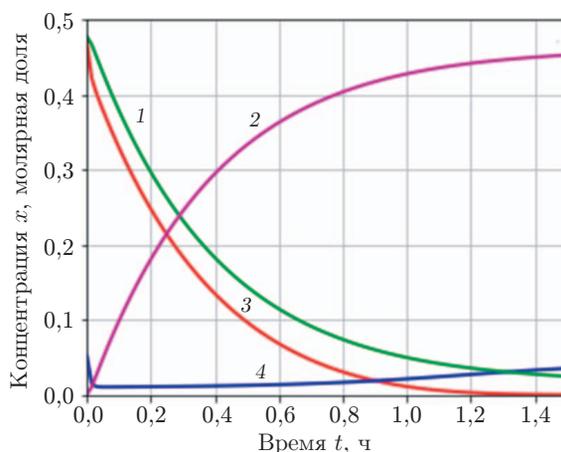


Рис. 2. Зависимость концентраций веществ реакции аминотетирования тиолов от времени протекания реакции: 1 — x_4 , 2 — x_5 , 3 — x_1 , 4 — x_2

Заключение. Проведённый анализ эффективности различных методов оптимизации продемонстрировал, что алгоритм имитации отжига является достаточно эффективным инструментом при решении задач оптимизации и определении состава исходной реакционной смеси с целью достижения заданного критерия эффективности. Простота реализации и более низкие требования к количеству настраиваемых параметров определяют ряд преимуществ алгоритма имитации отжига, эффективность которого к различным типам задач оптимизации без необходимости значительной модификации делает его более привлекательным выбором для различных приложений.

Очевидно, что наиболее эффективным по скорости и времени решения задач оптимизации является алгоритм градиентного спуска, однако он требует дополнительных усилий по контролю за получаемыми результатами, поскольку высокий процент недопустимых решений может оказаться критичным. Кроме того, данный метод ориентирован на поиск локального экстремума, что не позволяет в полной мере использовать его функционал при исследовании сложных физико-химических систем, когда влияние параметров на критерий эффективности носит нетривиальный характер.

Представленный алгоритм отжига является универсальным и не зависит от наполнения кинетического механизма элементарных реакций. В случае новой постановки задачи требуется заменить блок, включающий описание функциональной зависимости для основной кинетической модели, подобрать параметры понижения температуры и при необходимости изменить критерий оптимальности.

Проведённое исследование показало, что метод имитации отжига представляет собой гибкий и эффективный подход к глобальной оптимизации даже в тех случаях, когда целевая функция не имеет аналитического выражения или сложна и многомерна, а реализованные с помощью него задачи открывают перспективы его использования для решения задач многомерной непрерывной оптимизации.

Финансирование. Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-21-00380, <https://rscf.ru/project/24-21-00380/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Кафаров В. В., Дорохов И. Н., Дранишников Л. В.** Системный анализ процессов химической технологии: процессы полимеризации. Монография. М.: Наука, 1991. 350 с.
2. **Nesterov Y.** Universal gradient methods for convex optimization problems // Math. Program. 2015. **152**. P. 381–404. DOI: 10.1007/s10107-014-0790-0.
3. **Almufti S. M., Shaban A. A., Ali Z. A. et al.** Overview of Metaheuristic Algorithms // Polaris Global Journal of Scholarly Research and Trends. 2023. **2**, N 2. P. 10–32. DOI: 10.58429/pgjsrt.v2n2a144.
4. **Mitchell M.** An Introduction to Genetic Algorithms. Mass.: MIT Press, 1999. 221 p.
5. **Антипина Е. В., Мустафина С. А., Антипин А. Ф.** Поиск оптимальных начальных концентраций веществ каталитической реакции на основе кинетической модели // Автометрия. 2023. **59**, № 4. С. 78–87. DOI: 10.15372/AUT20230409.
6. **Тихомиров А. В., Шалыто А. А.** Применение генетического подхода для генерации клеточных автоматов // Научно-технический вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2011. **11**, № 2. С. 62–66. DOI: 10.15372/AUT20230409.
7. **Kirkpatrick S., Gelatt C. D., Vecchi M. P.** Optimization by Simulated Annealing // Science. 1983. **220**, N 4598. P. 671–680.
8. **Ипатов А. В.** Модифицированный метод имитации отжига в задаче маршрутизации транспорта // Тр. Института математики и механики УрО РАН. 2011. **17**, № 4. С. 121–125.
9. **Osman I. H.** Metastrategy simulated annealing and tabu search algorithms for the vehicle routing problem // Ann. Oper. Res. 1993. **41**, Iss. 4. P. 421–451.
10. **Du X., Du C., Chen J., Liu Y.** A load balancing method for avionics systems via artificial bee colony and simulated annealing algorithms // Soft Computing. 2023. **28**, Iss. 9–10. P. 6501–6516. DOI: 10.1007/s00500-023-09526-6.
11. **Hanine M., Benlahmar E.-H.** A Load-Balancing Approach Using an Improved Simulated Annealing Algorithm // Journ. Information Processing Systems. 2020. **16**, N. 4. P. 132–144.
12. **Иванов Д. Е.** Применение алгоритмов симуляции отжига в задачах идентификации цифровых схем // Вестн. НГУ «ХПИ». Сер.: Информатика и моделирование. 2011. **17**. С. 60–69.
13. **Gendreau M., Potvin J.-Y.** Handbook of Metaheuristics / Eds. by M. Gendreau, J.-Y. Potvin. Vol. 272 // International Series in Operations Research & Management Science. Cham: Springer, 2019. 610 p.
14. **Ingber L.** Very fast simulated re-annealing // Math. and Comput. Model. 1989. **12**, Iss. 8. P. 967–973.
15. **Hangos K., Szederkényi G.** Mass action realizations of reaction kinetic system models on various time scales // Journ. Phys.: Conf. Ser. 2011. / Proc. of the 5th Int. Workshop on Multi-Rate Processes and Hysteresis. Pécs, Hungary, 31 May – 3 June, 2010. Vol. 268. DOI: 10.1088/1742-6596/268/1/012009.
16. **Маккинни У.** Python и анализ данных: первичная обработка данных с применением pandas, NumPy и Jupiter / Пер. с англ. А. А. Слинкина. 3-е изд. М.: ДМК Пресс, 2023. 536 с.

Поступила в редакцию 03.04.2024

После доработки 31.05.2024

Принята к публикации 06.06.2024