УДК 621.396.96

## ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО ЛЧМ-СИГНАЛА

## © А. А. Макеев, В. А. Щербачёв

Акционерное общество "Всероссийский научно-исследовательский институт «Градиент»", 344000, г. Ростов-на-Дону, просп. Соколова, 96 E-mail: vove64@mail.ru

Предложен алгоритм обнаружения единичного импульса с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) в условиях приёма при низких отношениях сигнал/шум. Представленный метод обнаружения основан на характерных свойствах ЛЧМ-сигнала, отличающих его от шумов и помеховых сигналов, что позволяет решать задачу обнаружения даже при значительной априорной неопределённости о параметрах полезного сигнала.

Ключевые слова: ЛЧМ-сигнал, взаимно корреляционная функция.

DOI: 10.15372/AUT20250112

EDN: RMGDGM

Введение. Сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) широко используются в системах гидро- и радиолокации, в частности, находят широкое применение в радиолокаторах с синтезированной апертурой [1]. Варианты постановок задачи обнаружения и оценки параметров таких сигналов сохраняют актуальность [2–5] в зависимости от особенностей условий приёма, требований к точности и вычислительной эффективности, возникающих на практике.

Исследованная в [4] оценка параметров предполагала, что обнаружение и выделение полезного ЛЧМ-сигнала уже осуществлены, а главной задачей считалось эффективное вычисление оценок частотных параметров, реализуемое при достаточно высоких отношениях сигнал/шум (ОСШ). В данной работе исследуется в некотором смысле комплементарная к [4] задача, в которой ЛЧМ-сигнал необходимо сначала обнаружить. Наибольшую сложность для практики представляет случай низких ОСШ, когда известные методы обнаружения [2, 3] могут оказаться недостаточно эффективными. Применение классических методов обнаружения также осложняется ограниченной априорной информацией о полезном ЛЧМ-сигнале, включающей лишь пределы возможных длительностей и ширин полос обнаруживаемого импульса.

В ряде приложений накопление большого количества импульсов с целью их выделения на фоне шума, подобно [3], приводит к нежелательной латентности обнаружения, поэтому в данной работе рассматривается задача обнаружения единичного, например, первого импульса, а последующие импульсы могут обрабатываться с учётом уже полученных результатов измерений.

В основе предлагаемого метода лежит обнаружение входного сигнала, коррелированного с его же преобразованной по частоте копией, что сохраняет корреляционные свойства ЛЧМ-сигнала, но вносит декорреляцию в шумовой фон.

Целью данной работы является синтез вычислительно-эффективного алгоритма обнаружения ЛЧМ-импульса и исследование вероятностных характеристик предложенного алгоритма.

**Постановка задачи.** Пусть выборка входного сигнала на частоте дискретизации  $f_S$  удовлетворяет модели

$$x(n) = \theta \ x_{\Pi YM}(n) + \zeta(n), \qquad n = \overline{0, N-1}, \tag{1}$$

где  $\theta$  — параметр обнаружения, принимающий на выборке (1) значение 1 при наличии ЛЧМ-сигнала или 0 при его отсутствии;  $\zeta(n)$  — случайная гауссова белая стационарная последовательность с нулевым средним и дисперсией  $\sigma_{\zeta}^2$ . Полезный ЛЧМ-сигнал в дискретном времени имеет вид

$$x_{\text{ЛЧM}}(n) = A \exp\left[j\left(\omega_0 n + \frac{\dot{\omega}}{2} n^2\right)\right],$$
 (2)

где A — комплексная амплитуда импульса, а  $\omega_0 = 2\pi f_0 f_S^{-1}$  и  $\dot{\omega} = 2\pi \dot{f}_0 f_S^{-2}$  соответствуют мгновенной частоте  $f_0$  в момент n=0 и постоянной скорости её изменения  $\dot{f}_0$ .

По выборке (1) необходимо принять решение:  $\theta=1$  — гипотеза  $H_1$  о наличии ЛЧМ-импульса либо  $\theta=0$  — альтернативная гипотеза  $H_0$  об отсутствии ЛЧМ-импульса в условиях, когда параметры  $A, \omega_0, \dot{\omega}$  априорно наблюдателю неизвестны, но предполагается, что выборка (1) удовлетворяет теореме Котельникова.

Сжатие ЛЧМ-импульса как способ обнаружения и измерения времени его прихода известно в радиолокации [1] и соответствует вычислению взаимной корреляционной функции (ВКФ) между входным и известным опорными сигналами. В условиях априорной неопределённости сформируем опорный сигнал частотным сдвигом исходного (1):

$$y(x, \Delta\omega, n) = \mathbf{e}^{j\Delta\omega n} x(n), \qquad \Delta\omega \in \left\{2\pi \frac{\nu}{N}, \ \nu = \pm 1, \cdots, \pm N_{\Delta}\right\}, \qquad n = \overline{0, N-1}.$$
 (3)

Допустимые значения сдвигов  $\omega$  ограничены дискретным набором из соображений оптимизации последующих вычислений ВКФ, которые могут эффективно реализовываться с применением быстрого преобразования Фурье (БПФ) коррелируемых сигналов [6], когда частотный сдвиг (3) реализуется циклическим сдвигом массива БПФ входного сигнала. Для ЛЧМ-сигнала имеет место соответствие частотно-временных сдвигов

$$y(x_{\Pi YM}, \Delta \omega, n) = e^{-j\varphi_0} x_{\Pi YM}(n + \tau(\Delta \omega)), \tag{4}$$

где задержка  $\tau(\Delta\omega) = \Delta\omega/\dot{\omega}$  измеряется в единицах отсчётов, но может оказаться нецелой; возникший в (4) фазовый сдвиг  $\varphi_0(\tau) = \omega_0 \tau + (\dot{\omega}/2)\tau^2$  не зависит от n. Задержка  $\tau(\Delta\omega)$ , индуцированная выбранным частотным сдвигом  $\Delta\omega$ , пока не известна наблюдателю, так как зависит от неизвестной величины  $\dot{\omega}$ .

Предлагаемый подход основывается на том, что ВКФ  $x_{\text{ЛЧМ}}(n)$  и  $y(x_{\text{ЛЧМ}}, \Delta\omega, n)$  соответствуют автокорреляционной функции ЛЧМ-сигнала, имеющей выраженный пик, но теперь смещённый от нуля на соответствующую задержку, при этом корреляция с другими сигналами и, в частности с шумом после преобразования (3), не обладает выраженными максимумами. Для выбора корректных пределов изменений величин  $\Delta\omega$ ,  $\tau(\Delta\omega)$  в (3) будем считать, что ширина полосы искомого ЛЧМ-сигнала лежит в известных пределах  $[B_{\min}, B_{\max}]$ . Тогда, исходя из практического требования о перекрытии коррелируемых импульсов не менее чем на 50 %, получим в (3) следующие ограничения:

$$N_{\Delta} = \left\lfloor \frac{B_{\min}N}{2B_{\max}k_S} \right\rfloor, \qquad \frac{k_S(N-1)}{N} < |\tau| < \frac{N-1}{2}, \tag{5}$$

где  $k_S > 1$  — коэффициент передискретизации  $f_S = k_S B_{\max}$ .

Сжатый импульс удовлетворяет модели

$$z(x, \Delta\omega; k) = r(x(n), y(x_{\Pi YM}, \Delta\omega, n); k) = \begin{bmatrix} z_0(k) + \eta_{\Delta}(k) & : H_1, \\ \xi_{\Delta}(k) & : H_0, \end{bmatrix}$$
(6)

где ВКФ для двух произвольных комплексных выборок  $u(n), v(n), n = \overline{0, N-1}$  определим как

$$r(u(n), v(n); k) = \frac{1}{N - |k|} \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1-k} u(n+k)v^*(n), & 0 \le k \le N-1, \\ \sum_{n=0}^{N-1-|k|} v^*(n+|k|)u(n), & -N < k < 0, \end{bmatrix}$$
(7)

а величины, введённые в (6), составляют соответственно

$$z_0(k) = r(x_{\Pi \mathsf{YM}}(n), \mathbf{e}^{j\Delta\omega n} x_{\Pi \mathsf{YM}}(n); k) = \mathbf{e}^{j\varphi_0(\tau)} r(x_{\Pi \mathsf{YM}}(n), x_{\Pi \mathsf{YM}}(n+\tau); k);$$

$$\xi_{\Delta}(k) = r(\zeta(n), \mathbf{e}^{j\Delta\omega n} \zeta(n); k); \tag{8}$$

$$\eta_{\Delta}(k) = \xi_{\Delta}(k) + r(x_{\Pi \mathsf{YM}}(n), \mathbf{e}^{j\Delta\omega n} \zeta(n); k) + r(\zeta(n), \mathbf{e}^{j\Delta\omega n} x_{\Pi \mathsf{YM}}(n); k).$$

Правую часть (6) будем рассматривать как новую постановку задачи обнаружения, которая отличается от классической [2, 7], во-первых, отсутствием, как и изначально, заданной опорной копии полезного сигнала  $z_0(k)$ , во-вторых, отличными для гипотез  $H_1$  и  $H_0$  моделями возмущений  $\eta_{\Delta}(k)$  и  $\xi_{\Delta}(k)$ .

**Правило обнаружения.** Применённое сжатие сигнала позволяет повысить ОСШ в модели (6) по сравнению с исходным, что позволяет использовать пороговое «энергетическое» обнаружение, которое определим следующим правилом. Если найдётся хотя бы одно  $k_m$  такое, что  $-K \leqslant k_m \leqslant K$ , и выполняется неравенство

$$|z(x, \Delta\omega; k_m)|^2 \geqslant h(p_{fa}, k_m), \tag{9}$$

то принимается гипотеза  $H_1$ , в противном случае — гипотеза  $H_0$ . Параметр K ограничивает интервал поиска максимума, при условии (5) можно считать  $K = \lfloor N/2 \rfloor$ .

Пороговую функцию  $h(p_{\rm fa},k)$ , входящую в правило (9), определим для каждой из точек  $-K \leqslant k \leqslant K$  так, чтобы наступление события (9) оказалось маловероятным при отсутствии полезного сигнала. Если гипотеза  $H_0$  истинна, то вероятность ложной тревоги в каждом отдельном отсчёте имеет вид

$$p_{fa} = P\{|z(x,\omega;k)|^2 > h(p_{fa},k) \mid H_0\} = P\{|\xi_{\Delta}(k)|^2 > h(p_{fa},k)\}.$$
(10)

Вывод закона распределения случайной последовательности  $|\xi_{\Delta}(k)|^2$  достаточно затруднителен в силу нелинейных преобразований (8), (9), но значительные упрощения могут быть достигнуты в предположении о нормализации  $\xi_{\Delta}(k) = \xi_{R}(k) + j\xi_{I}(k)$ . В пользу данного предположения можно рассматривать суммирование в (8) большого числа слагаемых (на практике не менее 64), распределённых одинаково, но не по нормальному закону. Кроме

того, проведённое статистическое моделирование показало хорошее согласование выборочных распределений действительных  $\xi_{\rm R}(k)$ ,  $\xi_{\rm I}(k)$  с нормальным распределением. Независимо от предположения о нормализации  $\xi_{\Delta}$  можно показать, что в условиях модели (1) выполняются свойства

$$M \, \xi_{\rm R}(k) = M \, \xi_{\rm I}(k) = 0; \qquad D \, \xi_{\rm R}(k) = D \, \xi_{\rm I}(k) = \frac{\sigma_{\xi}^2(k)}{2(N - |k|)};$$

$$M \, \{ \xi_{\rm R}(k) \xi_{\rm I}(k) \} = 0, \qquad -K \leqslant k \leqslant K.$$
(11)

Учитывая принятые предположения, будем считать величины  $|\xi_{\Delta}(k)|^2 = \xi_{\rm R}^2(k) + \xi_{\rm I}^2(k)$ , удовлетворяющими распределению  $\chi_2^2$  [7], для которого имеем

$$P\{|\xi_{\Delta}(k)|^{2} \leqslant h\} = F_{\chi_{2}^{2}}\left(\frac{h}{\sigma_{\xi}^{2}(k)}\right) = 1 - p_{fa} \quad \Rightarrow \quad h(p_{fa}, k) = \sigma_{\xi}^{2}(k)F_{\chi_{2}^{2}}^{-1}(1 - p_{fa}), \tag{12}$$

где  $F_{\chi^2_2}(\beta)$  — функция распределения  $\chi^2_2$  с двумя степенями свободы, а  $F_{\chi^2_2}^{-1}$  — обратная ей функция. Вероятность  $p_{\mathrm{fa}}$ , управляющая порогом (12), ограничивает вероятность ложного обнаружения в каком-либо отдельном такте  $k_m$  в (9), а чтобы ограничить вероятность ложных обнаружений во всём интервале  $-K\leqslant k\leqslant K$ , необходимо задать вероятность  $P_{\mathrm{FA}}=1-(1-p_{\mathrm{fa}})^{2K+1}$ , где отсутствие корреляции  $M\left\{\xi_{\Delta}(k)\xi^*_{\Delta}(\ell)\right\}=0,\ k\neq\ell$ , можно показать строго, а независимость достигается в предположении о нормальности.

Выбор порогов (12), позволяющий ограничить ложные обнаружения, требует задания в (11) дисперсии  $\sigma_{\zeta}^2$  входного шума, которая на практике может быть неизвестна априорно. Для практической реализации, используя свойства  $\chi_2^2$ -распределения, предлагается оценить  $\sigma_{\zeta}^4$  в виде

$$\hat{\sigma}_{\zeta}^{4} = \sum_{k=-K}^{K} |z(x, \Delta\omega; k)|^{2} (N - |k|). \tag{13}$$

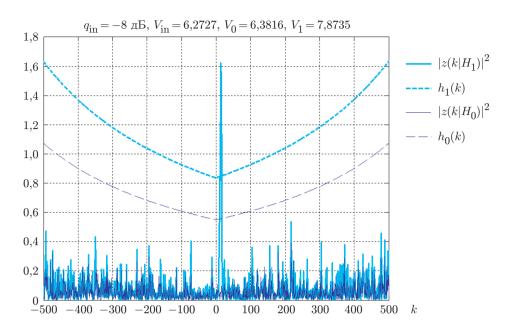
Если гипотеза  $H_0$  истинна, то (13) задаёт несмещённую оценку истинной величины  $\sigma_{\zeta}^4$ , в противном случае оценка (13) окажется завышенной  $M\left\{\hat{\sigma}_{\zeta}^4 \mid H_1\right\} > \sigma_{\zeta}^4$ , что повысит порог обнаружения, но не увеличит вероятности ложного обнаружения.

Пример реализаций сигналов  $|z(x,\Delta\omega;k_m)|^2$  и соответствующих пороговых функций для обеих альтернативных гипотез приведён на рис. 1, иллюстрирующем предложенный принцип обнаружения в условиях модельного эксперимента:

$$au_{\mathrm{m}} = 5{,}12 \;\mathrm{MKC}, \quad B = 30 \;\mathrm{M}\Gamma\mathrm{H}, \quad |A| = 1, \quad \dot{f}_0 \approx 5{,}86 \;\mathrm{M}\Gamma\mathrm{H}/\mathrm{MKC}, \quad f_{\mathrm{S}} = 200 \;\mathrm{M}\Gamma\mathrm{H},$$
 
$$N = 2^{10}, \quad p_{\mathrm{fa}} \approx 10^{-6}, \quad P_{\mathrm{FA}} \approx 10^{-3}, \quad F_{\chi_2^2}^{-1}(1-p_{\mathrm{fa}}) \approx 27{,}63, \quad \nu = 2. \tag{14}$$

В примере (см. рис. 1) входное ОСШ  $q_{\rm in}=|A|^2\sigma_\zeta^{-2}$  составляло -8 дБ, при более благо-приятных входных ОСШ превышение порога в точке максимума  $|z_0(k)|^2$  было ещё более выражено.

Приведённые на рис. 1 значения дисперсий соответствуют моделируемому входному шуму  $\sigma_{\zeta}^{-2} = V_{\rm in}$  и оценкам из (13)  $V_i = \hat{\sigma}_{\zeta}^2$ , где i=0 при отсутствии полезного сигнала (тёмные кривые) и i=1 при его наличии (светлые кривые).



Puc. 1. Сопоставление решающей функции и выборочных значений порогов (9) при альтернативных гипотезах

**Выходное ОСШ.** При истинности гипотезы  $H_1$  в (6) действительный сигнал слева в неравенстве (9) удовлетворяет модели

$$|z(x, \Delta\omega; k)|^2 = |z_0(k) + \eta_\Delta(k)|^2 = |z_0(k)|^2 + \xi_\eta(k), \tag{15}$$

где  $|z_0(k)|^2$  понимается как полезный сигнал, а  $\xi_\eta(k)=|\eta_\Delta(k)|^2+2\operatorname{Re}\left(z_0(k)\eta_\Delta^*(k)\right)$  — как мешающий.

Можно показать, что  $|z_0(k)|^2$  достигает своего глобального максимума в точке индуцированной задержки  $\ell \approx \Delta \omega/\dot{\omega}$  (с точностью до округления  $\tau$  в (4)), тогда если  $\hat{\tau}$  аргумент наибольшего значения в (9) и  $\hat{\tau} \neq 0$ , то можно получить оценку параметра  $\hat{\omega} \approx \Delta \omega/\hat{\tau}$ , например, в случае на рис. 1  $\hat{\tau} = 13$ , а  $\tau(\Delta \omega) = 13,33(3)$ .

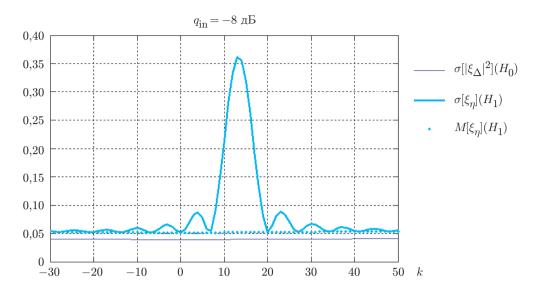
Возмущение  $\xi_{\eta}(k)$  в (15) может исказить точку глобального максимума, влияя на достоверность обнаружения и ошибку оценки  $\hat{\omega}$ . Вследствие нелинейных преобразований, формирующих из исходного шума  $\zeta(n)$  мешающий сигнал  $\xi_{\eta}(k)$ , вид его распределения сложно получить в рамках данной работы. При сделанных выше допущениях прямыми, но громоздкими вычислениями удалось получить явный вид двух первых моментов распределения  $\xi_{\eta}(k)$ :

$$M \,\xi_{\eta}(k) = |A|^4 \, \frac{(1 + 2q_{\,\text{in}})q_{\,\text{in}}^{-2}}{(N - |k|)}; \qquad M \,\xi_{\eta}^2(k) = |A|^8 \, \frac{2D(k, q_{\,\text{in}})q_{\,\text{in}}^{-2}}{(N - |k|)^2}, \tag{16}$$

где

$$D(k, q_{\rm in}) = (N - |k|)(1 + 2q_{\rm in})|s_0(k)|^2 + (q_{\rm in}^{-1} + 2)^2 + 2q_{\rm in} \operatorname{Re} \left\{ s_0^{*2}(k)s_4(k) \right\} +$$

+ 4 Re 
$$\{s_0^*(k)(s_0(k) + s_1(k) + s_2(k))\}$$
 + 2 $((1 + 2q_{in}^{-1}) + 2s_3(k))(N - |k|)^{-2}$ . (17)



Puc. 2. Сопоставление среднего и стандартных отклонений возмущений решающей функции (6) при альтернативных гипотезах

Для i=0,1,2, обозначив  $\Omega_k=\dot{\omega}k-\Delta\omega,$  в (17) использовали последовательности

$$s_{i}(k) = \frac{\mathbf{e}^{j\theta(k)}}{N - |k|} \begin{cases} M_{i} - m_{i} + 1, & \Omega_{k} = 0; \\ \frac{\mathbf{e}^{j\Omega_{k}m} - \mathbf{e}^{j\Omega_{k}(M+1)}}{1 - \mathbf{e}^{j\Omega_{k}}}, & \Omega_{k} \neq 0, \end{cases} \qquad \theta(k) = \begin{cases} \varphi_{0}(k), & k \geqslant 0; \\ \Delta \omega k - \varphi_{0}(|k|), & k < 0, \end{cases}$$
(18)

где  $s_0(k) = |A|^{-2} z_0(k)$ ,

$$m_0 = 0;$$
  $m_1 = \max(0, k);$   $m_2 = \max(0, -k);$   $M_0 = N - 1 - |k|;$  
$$M_1 = \min(N - 1 - k, N - 1 + 2k);$$
  $M_2 = \min(N - 1 - 2k, N - 1 + k).$  (19)

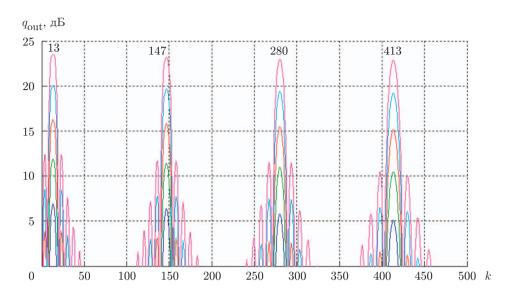
Последовательности i = 3, 4 задаются в виде

$$s_3(k) = \begin{cases} M(M-1)/2, & \Omega'_k = 0; \\ \operatorname{Re}\left\{\frac{\mathbf{e}^{j(M+1)\Omega'_k} - M\,\mathbf{e}^{j2\Omega'_k} + (M-1)\,\mathbf{e}^{j\Omega'_k}}{(1-\mathbf{e}^{j\Omega'_k})^2}\right\}, & \Omega'_k \neq 0, \end{cases}$$
(20)

$$\Omega'_k = 2(\operatorname{sign}(k) \cdot \Delta\omega - \dot{\omega}|k|), \quad M = N - 2|k|,$$

$$s_4(k) = \mathbf{e}^{j(2\omega_0 + \Delta\omega)k} \begin{cases} N - 2|k|, & \Omega_k'' = 0; \\ \frac{\mathbf{e}^{j\Omega_k''|k|} - \mathbf{e}^{j\Omega_k''(N-|k|)}}{1 - \mathbf{e}^{j\Omega_k''}}, & \Omega_k'' \neq 0, \end{cases} \qquad \Omega_k'' = 2(\dot{\omega}k - \Delta\omega). \tag{21}$$

На рис. 2 приведены зависимости  $\sigma_{\xi}(k)$ ,  $\sqrt{M \, \xi_{\eta}^2(k) - (M \, \xi_{\eta}(k))^2}$ ,  $M \, \xi_{\eta}(k)$ , рассчитанные согласно (11), (16) в условиях эксперимента (14). Для наглядности восприятия первого



Puc.~3.~ Зависимости выходного ОСШ (22) от вариантов входного ОСШ и управляющих частотных сдвигов (3)

и вторых моментов на рис. 2 отображены стандартные отклонения, которые наиболее характерны в окрестности максимума  $|z_0(k_M)|^2$ ,  $k_M=13$ , где и дисперсия возмущения  $\xi_\eta(k)$  также обнаруживает всплеск. Чтобы оценить выигрыш обработки, определим отношение мощностей полезного и мешающего сигналов в (15) как выходное ОСШ:

$$q_{\text{out}}(k, q_{\text{in}}) = \frac{|z_0(k)|^4}{M \, \xi_n^2(k)} = \left(\frac{|s_0(k)|^4 (N - |k|)^2}{2}\right) \frac{q_{\text{in}}^2}{D(k, q_{\text{in}})},\tag{22}$$

где все энергетические параметры сосредоточены во входном ОСШ  $q_{\rm in}$ .

Для иллюстрации выигрыша обработки рассмотрим пример сигнала (14), для которого кривые  $q_{\text{out}}(k, q_{\text{in}})$  приведены на рис. 3. Семейство кривых (см. рис. 3) построено для вариантов входного ОСШ  $q_{\rm in} = -9, -6, -3, 0, 3$  дБ, которые выделены синим, зелёным, красным, голубым, фиолетовыми цветом соответственно. Группы кривых на рис. 3 помечены точками максимума 13, 147, 280, 413 в единицах отсчётов, соответствующих вариантам управляющих частотных сдвигов (3)  $\nu = 2, 22, 42, 62$ . Значения индуцированных задержек  $\hat{\tau}(\nu) \approx \Delta\omega(\nu)/\dot{\omega}$  (4) с точностью до округления совпадают с указанными на рис. З точками максимумов для всех рассмотренных ОСШ. Из зависимостей на рис. З можно видеть, что максимумы  $q_{
m out}$  достигаются в точках максимума полезного сигнала, где и предполагается принятие решения (9). Выигрыш ОСШ  $q_{\text{out}}/q_{\text{in}}$  варьируется в пределах от 16–17,5 дБ для  $q_{\rm in}=-9$  дБ до 20–20,5 дБ для  $q_{\rm in}=3$  дБ и несколько снижается с увеличением сдвига  $\nu$ , что обусловлено уменьшением объёма усреднения импульсного сигнала при увеличении соответствующих временных задержек. Выигрыш  $q_{
m out}$  в исследованных пределах  $q_{\rm in}$  снижается с уменьшением  $q_{\rm in}$ , тем не менее предложенное преобразование позволяет перевести ситуацию от отрицательных  $q_{\rm in}$  к существенно положительным  $q_{\rm out}$ и осуществить обнаружение в тех практически важных случаях, когда энергетическое обнаружение непосредственно в исходной модели (1) было бы невозможно.

В классических подходах к обнаружению [2] устанавливается соответствие между выходным ОСШ и вероятностью истинного обнаружения  $P_D = P\{H_1 \mid H_1\}$ . Учитывая указанные сложности задания распределения величин  $\xi_{\eta}$ , характеристики обнаружения исследованы методами статистического моделирования.

Таблица 1 Комбинация исходных условий в серии приведённых вычислительных экспериментов

В, МГц	$ u, \tau( u) $	$q_{ m in} = -3$ дБ	$q_{\rm in} = -6$ дБ	$q_{ m in} = -8$ дБ	
		Номера экспериментов			
30	2; 13,33(3)	1	5	9	
	70; 466,66(6)	2	6	10	
60	2; 6,66(6)	3	7	11	
	70; 233,33(3)	4	8	12	

Таблица 2 Результаты статистических испытаний

$N_{ar{o}}$	$\hat{P}_D$	$\hat{P}_{\rm FA}(P_{\rm FA}\approx 10^{-3})$	$\mu_{10^6} \{ \tau \}$	$\sigma_{10^6}\{ au\}$	$\mu_{10^6} \{\dot{f}_0\},  \mathrm{M}\Gamma$ ц/мкс	$\sigma_{10^6}\{\dot{f}_0\},{ m M}\Gamma{ m II}/{ m MKC}$
1	1	0,00085	13,336	0,657	5,872	0,292
2	1	0,00084	466,680	1,358	5,859	0,017
3	1	0,00082	6,776	0,417	11,578	0,776
4	1	0,00086	233,332	0,496	11,719	0,025
5	1	0,00086	13,337	1,035	5,885	0,407
6	0,9996	0,00082	466,695	1,889	5,859	0,024
7	0,9999	0,00086	6,667	1,018	11,786	0,923
8	0,9999	0,00082	233,337	1,002	11,719	0,038
9	0,9719	0,00087	13,330	3,138	5,900	0,513
10	0,6387	0,00087	466,618	6,750	5,858	0,611
11	0,9187	0,00084	6,664	4,807	11,821	1,101
12	0,7913	0,00087	233,265	7,027	11,716	1,181

**Результаты моделирования.** Для условий (14) в процессе моделирования варьирование входное ОСШ  $q_{\rm in}$ , ширина полосы B и управляющие частотные сдвиги  $\nu$ , индуцирующие соответствующие задержки  $\tau(\nu)$ . Варианты исходных условий для 12 рассматриваемых статистических экспериментов приведены в табл. 1.

Каждый эксперимент включал  $10^6$  испытаний решения (9). С целью выборочной оценки  $\hat{P}_{\text{FA}}$  вероятности ложных тревог на вход обнаружителя последовательно подавалась реализация шума  $\zeta(n)$  (1) с дисперсией, соответствующей входному ОСШ. Для оценки вероятности истинного обнаружения  $\hat{P}_D$  на вход обнаружителя подавались смеси тех же реализаций шума  $\zeta(n)$  с полезным сигналом (1), (14). Из результатов статистических испытаний, приведённых в табл. 2, видно, что  $\hat{P}_{\text{FA}}$  практически не зависит от условий эксперимента, что и должно иметь место при предложенной процедуре (9), (12), (13).

Выборочные оценки вероятности истинного обнаружения  $\hat{P}_D$  убывали с ухудшением входного ОСШ, ухудшение которого установлено в пределах, когда характеристики обнаружения оставались практически приемлемыми. Кроме того, в табл. 2 содержатся выборочные средние  $\mu_{106}$  и стандартные отклонения  $\sigma_{106}$  для аргументов максимума  $\hat{\tau}$  решающей функции (15) и соответствующих оценок скорости ЛЧМ (2) при условии  $\hat{\tau}(\nu) \neq 0$ 

$$\hat{f}_0 = f_S^2 \frac{\nu}{N\hat{\tau}(\nu)}.$$
 (23)

Истинные значения аргументов максимума полезного сигнала  $\tau(\nu)$  приведены в табл. 1 для сопоставления с величинами  $\mu_{106}\{\tau\}$ , иллюстрирующими состоятельность метода. Ис-

тинные значения скорости ЛЧМ в зависимости от исследуемой ширины полосы, составлявшие 5,859 и 11,719 МГц/мкс, могут быть сопоставлены с выборочными значениями  $\mu_{106}\{\dot{f}_0\}$ , где также наблюдается соответствие. Несмотря на некоторое снижение выходного ОСШ (см. рис. 3) при увеличении управляющих сдвигов, точность оценки  $\hat{f}_0$  ожидаемо (23) возрастает для большего сдвига, однако при входном ОСШ от -8 дБ данный эффект перестаёт наблюдаться. В рассмотренных условиях значение входного ОСШ (-8 дБ) можно считать предельно допустимым для достижения практически приемлемых характеристик обнаружения.

Заключение. Таким образом, предложен алгоритм обнаружения импульсного ЛЧМ-сигнала с неизвестными параметрами в условиях приёма при отрицательных входных ОСШ. Предложенный метод решения основан на сжатии ЛЧМ-импульса его корреляционной обработкой относительно опорной копии, сформированной частотным сдвигом входного сигнала, что реализуемо в условиях априорной неопределённости, когда известны лишь допустимые пределы ожидаемых ширины полосы и длительности сигналов. Для теоретической оценки выигрыша предложенной обработки получена зависимость выходного ОСШ как функции от входного ОСШ. Методами статистического моделирования подтверждено, что предложенный алгоритм обеспечивает заданные ограничения на вероятность ложных тревог, а также получены оценки вероятности правильного обнаружения для практически важных условий приёма. В качестве дополнительного результата предложенный алгоритм обнаружения доставляет оценку скорости ЛЧМ, свойства которой исследованы методами статистического моделирования. Оптимизация оценки (23), учитывающая полученные характеристики возмущений (16), должна стать предметом дальнейших исследований, что представляет интерес как с точки зрения собственно оценки параметров ЛЧМ-сигнала, так и с точки зрения повышения достоверности обнаружения последующих ЛЧМ-импульсов, преобразование которых может основываться на уже имеющейся априорной информации (23).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. **Верба В. С., Осипов И. Г., Турук В. Э., Неронский Л. Б.** Радиолокационные системы землеобзора космического базирования. М.: Радиотехника, 2010. 680 с.
- 2. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
- 3. **Тутыгин В. С., Шедов С. В., Южаков А. В.** Новые адаптивные алгоритмы обнаружения и определения параметров ЛЧМ-сигналов // Цифровая обработка сигналов. 2011. № 1. С. 16–23.
- 4. **Щербачёв В. А.** Оценка частотных параметров ЛЧМ-сигнала по выборке нарастающего объёма // Автометрия. 2021. **57**, № 1. С. 3–10. DOI: 10.15372/AUT20210101.
- 5. **Peleg S., Porat B.** Linear FM signal parameter estimation from discrete-time observations // IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems. 1991. **27**, Iss. 4. P. 607–616. DOI: 10.1109/7.85033.
- 6. **Oran Brigham E.** The Fast Fourier Transform and Its Applications. N. J.: Prentice Hall, 1988. 448 p.
- 7. **Kay S. M.** Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. II: Detection Theory. N. J.: Prentice Hall, 1998. 544 p.