

УДК 517.977

## СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ СЛЕЖЕНИЯ ЗА ОБЪЕКТАМИ С ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОЙ МОДУЛЯЦИЕЙ ИЗЛУЧЕНИЙ

© П. М. Юхно

*Государственный научно-исследовательский испытательный институт  
проблем технической защиты информации Федеральной службы по техническому и  
экспортному контролю России,  
394040, г. Воронеж, ул. Студенческая, 36  
E-mail: jukhnopt@mail.ru*

Рассмотрена задача слежения за объектом, оснащённым маркером с пространственно-временной модуляцией излучаемого сигнала. Пространственно-временная модуляция обеспечивалась как излучением маркера с двумя неподвижными излучателями, так и маркером с одним вращающимся излучателем. Формальный синтез алгоритмов слежения выполнен на основе использования приближённого решения обобщённого уравнения Стратоновича, которое отличается от традиционных представлений этого уравнения учётом зависимости функции наблюдения не только от времени, но также от произвольного числа других независимых переменных, позволяющих, например, учитывать форму наблюдаемого объекта. Синтезированный алгоритм слежения за объектом с маркером, имеющим вращающийся излучатель, фактически определяет структуру многосвязной замкнутой системы отслеживания с помощью телевизионного (ТВ) датчика координат объекта, а также начальной фазы, частоты и радиуса вращения излучателя маркера. Корректность результатов синтеза подтверждается имитационным моделированием. Синтезированный алгоритм обеспечивает повышенную помехозащищённость процесса слежения по отношению к нескольким неподвижным мешающим излучателям, попадающим в поле зрения ТВ-датчика.

*Ключевые слова:* маркер, пространственно-временная модуляция, слежение, уравнение Стратоновича, фильтр Калмана, ТВ-датчик.

DOI: 10.15372/AUT20250302

EDN: BTLTEF

**Введение.** В наземных, морских, воздушных системах ближней навигации, в системах производственной и торговой логистики, при автоматизации технологических процессов, в робототехнике и системах виртуальной реальности широко используются системы слежения за подвижными объектами (трекинга) [1–3]. Для уменьшения ошибок слежения применяют обозначение объектов установленными на них специальными излучающими или отражающими маркерами. При этом с целью обеспечения устойчивой работы системы слежения в широком диапазоне условий обстановки и для повышения её помехозащищённости реализуют различные способы кодирования излучения маркеров, для чего используют: импульсную, частотную и другие виды модуляции, работу в различных спектральных диапазонах, формирование маркеров в виде пространственных 2D- или 3D-конфигураций точечных излучателей и т. п. [3–6]. Для этих же целей может применяться способ пространственно-временной модуляции сигнала маркера, который в общем случае может быть реализован путём перемещения излучателя относительно некоторой точки объекта по известному на принимающей стороне закону. Можно предполагать, что такой маркер повышает помехозащищённость системы слежения, по крайней мере, по отношению к помехам, имитирующими сигналы маркера, вследствие возрастания сложности их реализации. Действительно, для реализации таких помех требуется обеспечить пространственное перемещение источника помех по закону, повторяющему закон перемещения излучателя маркера.

Целью работы является синтез алгоритмов слежения за объектом с пространственно-временной модуляцией излучаемого сигнала.

Пространственно-временна́я модуляция сигнала может быть реализована не только путём перемещения подвижного излучателя относительно некоторой точки объекта, но также с помощью не менее двух неподвижных относительно объекта излучателей с изменяющейся во времени по фиксированному закону интенсивностью излучения.

**Неподвижные излучатели.** Рассмотрим наиболее простой случай пространственного перемещения объекта с маркером вдоль одной координатной оси. Случайная траектория его движения описывается следующим уравнением:

$$\dot{\lambda} = g(\lambda, t) + n_0(t), \quad (1)$$

где  $\lambda$  — текущая координата объекта,  $n_0(t)$  — реализация белого шума со спектральной плотностью  $N_0$ . Пусть также  $s(z - \lambda, t)$  — функция, описывающая пространственно-временную структуру сигнала маркера, центр которого совмешён с центром объекта. Если маркер содержит два разнесённых в пространстве излучателя, яркость излучения которых изменяется в соответствии с заданными функциями времени  $c_1(t)$ ,  $c_2(t)$ , то

$$s(z - \lambda, t) = c_1(t)h(z - \lambda + \beta) + c_2(t)h(z - \lambda - \beta). \quad (2)$$

Здесь  $2\beta$  — расстояние между двумя излучателями маркера. Если пространственная форма сигнала каждого излучателя совпадает с формой пространственных прямоугольных импульсов шириной  $2a$ , то

$$h(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } -a \leq z \leq a, \\ 0 & \text{иначе.} \end{cases} \quad (3)$$

Для упрощения последующего изложения примем не влияющее принципиально на результат допущение о том, что изображение маркера и траектория движения объекта в картинной плоскости измерителя координат также описываются выражениями (1) и (2). Тогда сигнал наблюдения  $u(z, t)$  в картинной плоскости чувствительного элемента измерителя координат (например, линейки фотоприёмников) имеет вид

$$u(z, t) = s(z - \lambda, t) + n_1(z, t). \quad (4)$$

Здесь  $n_1(z, t)$  — пространственно-временна́й белый шум наблюдений со спектральной плотностью  $N_1$ .

Теперь задача синтеза алгоритма слежения за объектом может быть сформулирована как задача оценки координаты  $\lambda$ , соответствующей уравнению (1), по результатам наблюдений за объектом  $u(z, t)$  (4). Синтез такого алгоритма можно выполнить на основе применения формализма уравнения Стратоновича, являющегося уравнением в частных производных относительно апостериорной плотности распределения координат объекта. Причём необходимо использовать уравнение Стратоновича в форме [7], отличающейся с учётом зависимости сигнала наблюдения не только от времени, но также от дополнительной координаты  $z$ , позволяющей учитывать форму наблюдаемых импульсов маркера и характеристики первичных шумов устройства наблюдения. На практике обычно применяют гауссовское приближение решения уравнения Стратоновича, которое в общем случае является системой дифференциальных уравнений относительно искомых оценок фазовых координат объекта по результатам наблюдений за ним. По аналогии с [8] уравнение для

такой оценки  $\hat{\lambda}$ , следующее из [7] и определяющее квазиоптимальный алгоритм слежения за объектом, принимает вид

$$\dot{\hat{\lambda}} = g(\hat{\lambda}, t) + R \frac{d\Pi(\hat{\lambda}, t)}{d\hat{\lambda}}. \quad (5)$$

Здесь

$$\Pi(\hat{\lambda}, t) = \frac{1}{N_1} \int_M u(z, t) \frac{\partial s(z, \hat{\lambda}, t)}{\partial \hat{\lambda}} dz,$$

где  $M$  — область существования  $u(z, t)$ . Так как

$$\frac{dh(z)}{dz} = \delta(z + \alpha) - \delta(z - \alpha),$$

где  $\delta(\dots)$  —  $\delta$ -функция, то, учитывая (2), (4), получим

$$\frac{\partial \Pi(\hat{\lambda}, t)}{\partial \hat{\lambda}} = \frac{1}{N_1} \{c_1(t)[u(\hat{\lambda} - \alpha + \beta) - u(\hat{\lambda} + \alpha + \beta)] + c_2(t)[u(\hat{\lambda} - \alpha - \beta) - u(\hat{\lambda} + \alpha - \beta)]\}. \quad (6)$$

Выражения (5), (6) описывают искомый квазиоптимальный алгоритм слежения за объектом. Не будем здесь останавливаться на более детальном пояснении вывода этих выражений и определении коэффициента  $R$ , поскольку предполагаем сделать это далее на примере рассмотрения более сложного случая вращающегося излучателя.

**Вращающийся излучатель.** Целью дальнейшего рассмотрения является синтез алгоритма слежения за объектом с пространственно-временной модуляцией сигнала, создаваемой вращением размещённого на объекте излучателя. Для слежения используется телевизионный (ТВ) датчик. Тогда формальная постановка задачи синтеза алгоритма слежения состоит в следующем.

Пусть траектория перемещения отслеживаемого объекта описывается в картинной плоскости ТВ-датчика системой нелинейных стохастических дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_r = g_1(x_r, t) + n_{01}(t), \quad \dot{y}_r = g_2(y_r, t) + n_{02}(t). \quad (7)$$

Здесь  $x_r(t)$ ,  $y_r(t)$  — текущие координаты объекта в прямоугольной экранной системе координат;  $n_{01}(t)$ ,  $n_{02}(t)$  — процессы формирующего белого шума со спектральными плотностями  $N_{01}$ ,  $N_{02}$ . В качестве маркера, установленного на объекте, применяется излучатель, вращающийся относительно некоторой фиксированной точки объекта с радиусом вращения  $r(t)$ , круговой частотой и начальной фазой вращения  $\omega(t)$ ,  $\varphi$  соответственно. Теперь координаты маркера  $x_m$ ,  $y_m$  в экранной системе координат могут быть представлены как

$$x_m(t) = x_r(t) + r(t) \cos(\omega(t)t + \varphi), \quad y_m(t) = y_r(t) + r(t) \sin(\omega(t)t + \varphi). \quad (8)$$

В (8) использовано допустимое при малых скоростях изменения  $\omega(t)$  приближение

$$\int_0^t \omega(t) dt \approx \omega(t)t.$$

Полагаем далее, что излучатель имеет квадратную форму и яркость излучения  $d$ , так что его изображение в ТВ-датчике также описывается квадратом со сторонами размером  $2a \times 2a$ . Тогда пространственно-яркостную структуру изображения маркера  $s(x, y, t)$ , являющуюся функцией трёх переменных, запишем так:

$$s(x, y, t) = d [h(x - x_m)h(y - y_m)], \quad (9)$$

а сигнал наблюдения на выходе ТВ-датчика, также являющийся функцией трёх переменных, принимает следующий вид:

$$u(x, y, t) = f(x, y) + s(x, y, t) + n(x, y, t). \quad (10)$$

В выражениях (9), (10)  $s(x, y, t)$  — функция всех фазовых координат, на что указывает выражение (8). Кроме того,  $f(x, y)$  — поле яркости сцены (фона) в отсутствие объекта с маркером, функция  $h(\dots)$  определена выше,  $n(x, y, t)$  — пространственно-временной шум наблюдений, устанавливаемый шумами элементов фотоприёмной матрицы ТВ-датчика. В предположении однородности и некоррелированности шума наблюдений по временной и совокупности пространственных переменных его корреляционную функцию представим так:

$$R(\Delta x, \Delta y, \Delta t) = N\delta(\Delta t)\delta(\Delta x, \Delta y).$$

Если закон изменения во времени круговой частоты  $\omega$  и радиуса  $r$  развёртки сигнала маркера точно неизвестен, то систему уравнений (7) необходимо дополнить двумя уравнениями, описывающими возможную динамику их изменения во времени:

$$\dot{r} = g_3(r, t) + n_{03}(t), \quad \dot{\omega} = g_4(\omega, t) + n_{04}(t). \quad (11)$$

Здесь  $n_{03}(t)$ ,  $n_{04}(t)$  — формирующие белые шумы со спектральной плотностью  $N_{03}$ ,  $N_{04}$  соответственно. В случае, когда априори известны законы изменения круговой частоты и радиуса развёртки сигнала маркера  $\omega_0(t)$ ,  $r_0(t)$ , уравнения (11) будут описывать поведение возможных ошибок реализации этих законов, а оценки круговой частоты и радиуса вращения маркера должны представляться суммами вида  $\omega_0(t) + \hat{\omega}(t)$ ,  $r_0(t) + \hat{r}(t)$  соответственно. Дополним также систему уравнений (7), (11) дифференциальным уравнением для неизвестного значения начальной фазы  $\varphi$  круговой развёртки сигнала трассера

$$\dot{\varphi} = n_{05}. \quad (12)$$

Теперь задача синтеза алгоритма слежения в общей постановке может быть сформулирована как задача совместной оценки по наблюдаемому ТВ-изображению  $u(x, y, t)$  фазовых координат, определяемых системой уравнений (7), (11), (12). Введём единообразную систему обозначений следующим образом:

$$\boldsymbol{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5)^\top = (x_r, y_r, r, \omega, \varphi)^\top, \quad \mathbf{z} = (z_1, z_2) = (x, y).$$

Тогда выражения (7), (10)–(12) в матричной форме запишем так:

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{g}(\boldsymbol{\lambda}, t) + \mathbf{n}(t), \quad u(\mathbf{z}, t) = f(\mathbf{z}) + s(\mathbf{z}(\boldsymbol{\lambda}), t) + n(\mathbf{z}, t). \quad (13)$$

Для формирования апостериорных оценок фазовых координат объекта по результатам наблюдения за ним обычно используют приближённые решения уравнения Стратоновича, являющиеся по сути различными вариантами уравнений фильтра Калмана. Однако

фильтр Калмана в его традиционном представлении [8, 9] учитывает зависимость сигнала наблюдения только от одной переменной — времени, но не от трёх, как в (13).

Апостериорные оценки фазовых координат системы (13) на основе наблюдений  $u(\mathbf{z}, t)$  могут быть получены путём решения уравнения Стратоновича в его нетрадиционном формальном представлении, обоснованном в [7]. Такое представление этого уравнения отличается от традиционных наличием интегрального оператора в выражении для производной по времени от логарифма функционала правдоподобия сигнала наблюдения. За счёт этого обеспечивается формирование оценок фазовых координат, основанных на учёте не вторичных, как это имеется в ряде случаев, а первичных шумов и величин, измеряемых устройством наблюдения. Симметризованная форма обобщённого уравнения Стратоновича в нашем случае, когда оцениваемые параметры являются неэнергетическими, а шумы наблюдения — белыми, как следует из [7], записывается так:

$$\frac{\partial w(\boldsymbol{\lambda}, t)}{\partial t} = L[w(\boldsymbol{\lambda}, t)] + w(\boldsymbol{\lambda}, t)\Pi(\boldsymbol{\lambda}, t), \quad (14)$$

$$\Pi(\boldsymbol{\lambda}, t) = \frac{1}{N} \int_M (s(\mathbf{z}(\boldsymbol{\lambda}), t) - E\langle s(\mathbf{z}(\boldsymbol{\lambda}), t) \rangle)(u(\mathbf{z}, t) - f(\mathbf{z})) d\mathbf{z}. \quad (15)$$

Здесь  $E\langle \dots \rangle$  — символ усреднения по апостериорному распределению  $w(\boldsymbol{\lambda}, t)$ ,  $\mathbf{M} = M_x \times M_y$  — область существования переменных наблюдения  $\mathbf{z}$ .

В силу зависимости уравнения (14) от заранее неизвестной реализации текущих наблюдений  $u(\mathbf{z}, t)$  общего решения этого уравнения не существует. При оценке фазовых координат объекта уравнение (14) заменяют каким-либо приближённым его представлением. При использовании гауссовского приближения учитывают только два первых момента апостериорного распределения. Тогда по аналогии с представленной, например, в [8] системой уравнений расширенного фильтра Калмана система уравнений фильтра Калмана, следующая из уравнения (14), приобретает вид

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\lambda}}}{dt} = \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t) + \mathbf{R} \frac{\partial \Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}}, \quad (16)$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \mathbf{R} + \mathbf{R} \frac{\partial \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)^\top}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}} + \mathbf{N}_0 + \mathbf{R} \left( \frac{\partial s(\mathbf{z}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \right)^\top \mathbf{N}^{-1} \left( \frac{\partial s(\mathbf{z}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}} \right) \mathbf{R}. \quad (17)$$

В этих выражениях и далее символами с крышкой обозначаются оценки соответствующих переменных. Кроме того,  $\mathbf{R}$  — корреляционная матрица ошибок оценки фазовых координат  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}$ ;  $\Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)$  — производная по времени логарифма функционала правдоподобия сигнала наблюдения (15), или, другими словами, логарифм функционала правдоподобия по переменным наблюдения  $\mathbf{z}$ ;  $\partial \mathbf{g}(\hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)/\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}$  — матрица Якоби размерности  $5 \times 5$ ;  $\partial s(\mathbf{z}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)/\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}$  — вектор-строка;  $\partial \Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)/\partial \hat{\boldsymbol{\lambda}}$  — вектор-столбец производных  $\Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)$  по  $\lambda_1, \dots, \lambda_5$ . С учётом (15) входящее в (16) выражение для  $\partial \Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)/\partial \hat{\lambda}_j$  записывается так:

$$\frac{\partial \Pi(u, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\lambda}_j} = \frac{1}{N} \int_M \frac{\partial s(\mathbf{z}, \hat{\boldsymbol{\lambda}}, t)}{\partial \hat{\lambda}_j} (u(\mathbf{z}, t) - f(\mathbf{z})) d\mathbf{z}. \quad (18)$$

Выражение (18) показывает, что важную роль в формировании оценок координат объекта играет процедура компенсации фона, описываемая разностью в подынтегральном выражении (18). Введём для сигнала наблюдения после компенсации фона обозначение

$$u_d(\mathbf{z}) = u(\mathbf{z}, t) - f(\mathbf{z}) = u(x, y, t) - f(x, y). \quad (19)$$

Выражения вида  $\partial\Pi(u, \hat{\lambda}, t)/\partial\hat{\lambda}_j$  можно интерпретировать как дискриминационные характеристики, устанавливающие связь между наблюдаемым (входным) ТВ-изображением и регулирующим воздействием по  $j$ -й координате. Из (3), (8), (9) следует, что

$$\frac{\partial s(\mathbf{z}, \hat{\lambda}, t)}{\partial\hat{\lambda}_1} = \frac{\partial s(\dots)}{\partial\hat{x}_r} = d[\delta(x - \hat{x}_m + \alpha) - \delta(x - \hat{x}_m - \alpha)]h(y - \hat{y}_m), \quad (20)$$

где  $\hat{x}_m(t) = \hat{x}_r(t) + \hat{r}(t) \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi})$ ,  $\hat{y}_m(t) = \hat{y}_r(t) + \hat{r}(t) \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi})$ . Подставив (20) в (18) и учитывая свойство  $\delta$ -функций, получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Pi(\dots)}{\partial\lambda_1} = \frac{\partial\Pi(\dots)}{\partial\hat{x}_r} &= \frac{d}{N} \int_{M_x} \left[ \int_{M_y} (u(x, y, t) - f(x, y))h(y - \hat{y}_m) dy \right] \times \\ &\times (\delta(x - \hat{x}_m + \alpha) - \delta(x - \hat{x}_m - \alpha)) dx. \end{aligned} \quad (21)$$

Выражение, стоящее в (21) в квадратных скобках (примем для него обозначение  $u_{dx}(x, t)$ ), есть не что иное, как интеграл по  $dy$  (при фиксированном значении  $x$ ) сигнала наблюдения, попадающего в квадратный селектирующий строб с размером сторон  $2\alpha$ . Центр строба находится в окрестности (с точностью до ошибок оценки) координат наблюдаемого объекта. Выполнив интегрирование в (21) по  $dy dx$ , получим окончательно

$$\frac{\partial\Pi(\dots)}{\partial\hat{x}_r} = \frac{d}{N} (u_{dx}(\hat{x}_m - a, t) - u_{dx}(\hat{x}_m + a, t)). \quad (22)$$

Таким образом, производная  $\partial\Pi(\dots)/\partial\hat{x}_r$  в каждый момент времени с точностью до постоянного множителя равна разности значений  $u_{dx}(x, t)$  на краях пространственного селектирующего по  $x$  строба размером  $2a$ . По аналогии с (22) получим

$$\frac{\partial\Pi(\dots)}{\partial\hat{y}_r} = \frac{d}{N} (u_{dy}(\hat{y}_m - a, t) - u_{dy}(\hat{y}_m + a, t)), \quad (23)$$

$$u_{dy}(y, t) = \int_{M_x} (u(x, y, t) - f(x, y)) h(x - \hat{x}_m) dx. \quad (24)$$

Обратимся теперь к получению выражения для  $\partial\Pi(\dots)/\partial\hat{r}$ , для чего заметим, что

$$\begin{aligned} \frac{\partial s(\mathbf{z}, \hat{\lambda}, t)}{\partial\hat{\lambda}_3} = \frac{\partial s(\dots)}{\partial\hat{r}} &= d \left[ \frac{\partial h(x - \hat{x}_m)}{\partial\hat{r}} \right] h(y - \hat{y}_m) \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ &+ \left[ \frac{\partial h(y - \hat{y}_m)}{\partial\hat{r}} \right] h(x - \hat{x}_m) \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}). \end{aligned} \quad (25)$$

В соответствии с [3] производные в квадратных скобках этого выражения содержат  $\delta$ -функции. Учитывая их свойства, после подстановки (25) в (18) получим окончательно

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\lambda}_3} = \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{r}} &= \frac{d}{N} [u_{dx}(\hat{x}_m - a, t) - u_{dx}(\hat{x}_m + a, t)] \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ &+ \frac{d}{N} [u_{dy}(\hat{y}_m - a, t) - u_{dy}(\hat{y}_m + a, t)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}). \end{aligned} \quad (26)$$

Аналогично выводятся также следующие выражения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\lambda}_4} = \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\omega}} &= \frac{drt}{N} [u_{dx}(\hat{x}_m - a, t) - u_{dx}(\hat{x}_m + a, t)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ &+ \frac{drt}{N} [u_{dy}(\hat{y}_m - a, t) - u_{dy}(\hat{y}_m + a, t)] \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}), \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\lambda}_5} = \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\varphi}} &= \frac{dr}{N} [u_{dx}(\hat{x}_m - a, t) - u_{dx}(\hat{x}_m + a, t)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ &+ \frac{dr}{N} [u_{dy}(\hat{y}_m - a, t) - u_{dy}(\hat{y}_m + a, t)] \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}). \end{aligned} \quad (28)$$

Выражения (22), (23), (26)–(28) по существу определяют структуру дискриминаторов многосвязной системы слежения за объектом, оснащённым вращающимся излучателем. Дискриминаторы по каждому из каналов отслеживания той или иной фазовой координаты выполняют функцию формирования дискриминационной характеристики, которая определяет величину регулирующего сигнала с выхода дискриминатора, зависящего от знака и/или значения текущей ошибки оценки этой координаты по результатам наблюдений. Полный алгоритм слежения за объектом описывается выражениями (16), (17), образующими в нашем случае систему из 18 (с учётом симметричности матрицы  $\mathbf{R}$ ) дифференциальных уравнений. На практике как уравнения движения объекта (7), (11), (12), так и характеристики формирующих шумов точно не известны и задаются с некоторым приближением. Поэтому для упрощения синтезированного алгоритма на практике ограничиваются включением в состав алгоритма слежения только выражений (22), (23), (26)–(28), (16). При этом входящие в (16) значения элементов матрицы  $\mathbf{R}$ , являющихся коэффициентами усиления сигналов подстройки, определяют с использованием традиционных подходов и методов теории автоматического регулирования.

**Моделирование.** Моделирование системы слежения за объектом с пространственно-частотной модуляцией, использующей синтезированный алгоритм, носит демонстрационный характер и основной целью имеет подтверждение работоспособности полученных ранее соотношений. При моделировании предполагалось, что система уравнений (7), (11), (12), описывающая объект наблюдения, является линейной. Эти уравнения вместе с выражениями (22), (23), (26)–(28) определяют структуру устройства наблюдения, обеспечивающего слежение центром квадратного строба за центром пятна маркера на ТВ-изображении. Упомянутые выражения получены для случая, когда пятно сигнала маркера также имеет форму квадрата. Поэтому формируемые с их помощью дискриминационные характеристики могут носить релейный характер и/или в значительной мере утратить требуемую функциональность при применении другой формы пятна маркера, например круглой. Для того чтобы, во-первых, сделать дискриминационные характеристики мало чувствительными к форме пятна маркера, во-вторых, использовать при их формировании

полную энергию пятна и, в-третьих, исключить возможность их формирования в виде релейных характеристик, т. е. наделить их линейной частью, целесообразно разности вида  $(u_{dx}(\hat{x}_m - a) - u_{dx}(\hat{x}_m + a))$ , стоящие в скобках выражений (22), (23), (26)–(28), заменить на интегральные разности, характеризующие разность интегралов, например от  $u_{dx}$  по площадям левой и правой половины пространственного строба. Для реализации этого вместо ТВ-датчика можно использовать четырёхквадрантный фотоприёмник либо реализовать его функции с помощью ТВ-датчика алгоритмически. Введём обозначения сигналов с выхода отдельных квадрантов такого фотоприёмника в соответствии со следующей схемой:

$$\begin{matrix} u_1 & u_2 \\ u_3 & u_4 \end{matrix}, \text{ где, например, } u_1(t) = \int_{\hat{y}_m}^{\hat{y}_m+a} \int_{\hat{x}_m-a}^{\hat{x}_m} u_d(x, y, t) dx dy.$$

С учётом введённых обозначений выражения (22), (23), (26)–(28) преобразуются к следующему виду:

$$\frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{x}_r} = \frac{d}{N} [(u_1 + u_3) - (u_2 + u_4)], \quad \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{y}_r} = \frac{d}{N} [(u_3 + u_4) - (u_1 + u_2)],$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{r}} = \frac{d}{N} [(u_1 + u_3) - (u_2 + u_4) \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi})] + \\ + \frac{d}{N} [(u_3 + u_4) - (u_1 + u_2)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\omega}} = \frac{drt}{N} [(u_2 + u_4) - (u_1 + u_3)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ + \frac{drt}{N} [(u_3 + u_4) - (u_1 + u_2)] \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi(\dots)}{\partial \hat{\varphi}} = \frac{dr}{N} [(u_2 + u_4) - (u_1 + u_3)] \sin(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}) + \\ + \frac{dr}{N} [(u_3 + u_4) - (u_1 + u_2)] \cos(\hat{\omega}t + \hat{\varphi}). \end{aligned}$$

При моделировании применялась именно такая совокупность выражений, описывающих структуру дискриминаторов. Кроме того, средняя частота вращения излучателя маркера равнялась 8 об/с, диаметр изображения пятна излучателя на ТВ-изображении составлял 8 пикселов, отношение удвоенного радиуса вращения излучателя к диаметру изображения его пятна принималось равным 3, интервал пространственной корреляции фона — диаметру пятна излучателя, отношение яркости излучателя к среднеквадратическому отклонению яркости фона после его компенсации находилось в пределах 50–100.

С целью использования энергии со всей площади пятна маркера и удовлетворения противоречивых требований к ширине дискриминационной характеристики, состоящих, с одной стороны, в исключении срыва слежения за объектом и, с другой стороны, в обеспечении необходимого качества пространственной селекции источников помех, размер пространственного строба при моделировании принимался равным трём диаметрам пятна излучателя. Вместе с тем размеры пространственного строба определяют требования к

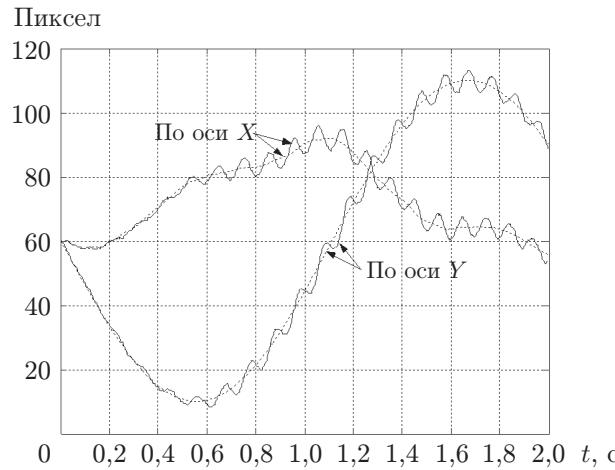


Рис. 1. Слежение за центром маркера

допустимой величине ошибок слежения, которые должны быть заведомо меньше полуширины строба, и существенно зависят от ширины полосы пропускания соответствующих фильтров, формирующих оценки координат объекта и определяемых выражениями  $g(\hat{\lambda}, t)$  в (16). При моделировании полосы пропускания фильтров формирования оценок координат объекта, радиуса и угловой скорости вращения излучателя маркера установлены равными 10; 0,2 и 6 Гц соответственно.

На рис. 1 представлены полученные моделированием кривые, иллюстрирующие процесс слежения за координатами объекта, когда объект по оси  $Y$  перемещается по синусоиде, а по оси  $X$  — по случайному закону. Пунктирные линии на изображении определяют истинные координаты объекта. Видно, что вследствие достаточно большой полосы пропускания фильтров оценки координат объекта ошибки оценки этих координат после завершения переходного процесса изменяются синхронно с процессом перемещения маркера и строба слежения за этим маркером.

На рис. 2 показаны кривые, иллюстрирующие характер отслеживания угловой скорости и радиуса вращения маркера (выделено полужирным), реальные значения которых изменялись по синусоидальным законам.

Синтезированный алгоритм малоувязителен к характеристикам подстилающих фонов, что обеспечивается реализованной процедурой компенсации фона. Он также обладает высокой помехозащищённостью по отношению к помехам, создаваемым неподвижными мощными мешающими излучателями. На рис. 3 показано ТВ-изображение с пятью неподвижными источниками мешающего излучения и фрагментом следа от излучателя маркера, который ометает при своём вращении область размещения пяти мощных неподвижных источников помех. При этом срыва слежения за маркером или перехода на сопровождение какого-либо неподвижного источника не наблюдается. Моделирование показало, что при наличии одного мешающего источника пороговое отношение сигнал/помеха, при превышении которого срывы сопровождения маркера не наблюдались, равно двум. При увеличении числа мешающих источников до пяти пороговое отношение сигнал/помеха возрастает до трёх. Здесь под отношением сигнал/помеха понимается отношение яркости излучения маркера к яркости излучения каждого из мешающих источников, оставшейся после компенсации фоновых излучений. Если использование процедуры компенсации фоновых излучений эквивалентно уменьшению яркости фона на порядок, то пороговое отношение сигнал/помеха, имевшее место до компенсации фона и гарантирующее отсутствие срывов слежения, в рассмотренном выше случае уменьшается до 0,2–0,3.

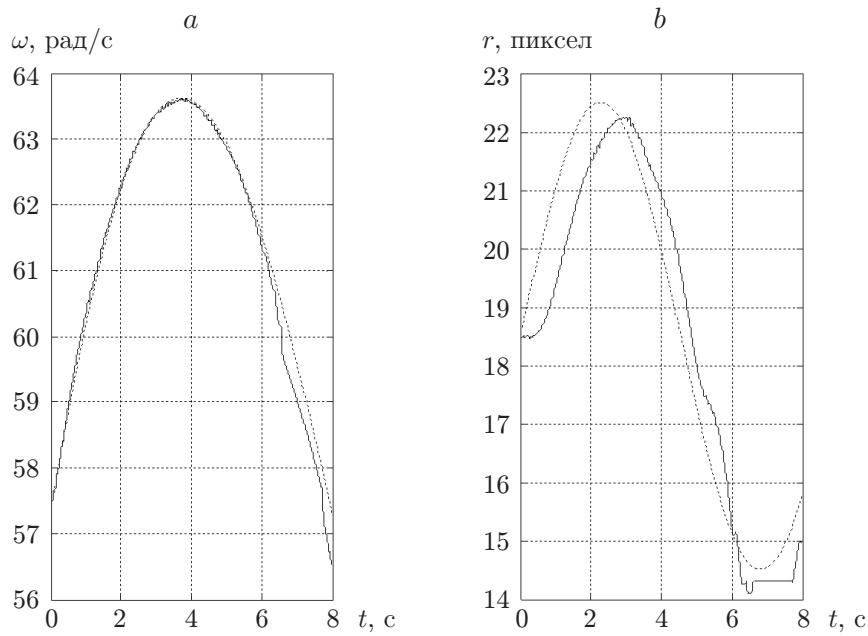


Рис. 2. Следование за угловой скоростью (a) и радиусом вращения (b) излучателя

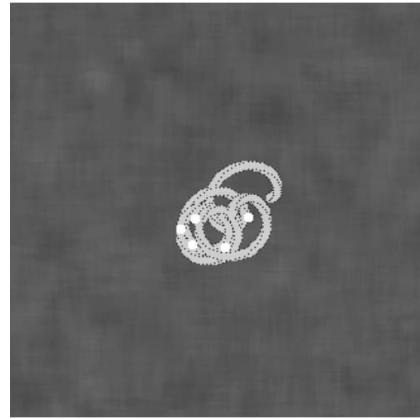


Рис. 3. След излучателя маркера

**Заключение.** При слежении за перемещающимся объектом пространственно-временна́я модуляция его излучения может быть реализована путём размещения на объекте не менее двух источников с изменяющейся интенсивностью излучения либо с помощью подвижного источника, перемещающе́гося по пло́щади наблюдалемой проекции объекта слежения по заданному закону. Синтез структуры и алгоритма оценки координат объекта, оснащённого маркером с заданным законом пространственно-временной модуляции, при использовании для наблюдения за ним ТВ-датчика, не обеспечивается решением уравнения Стратоновича в его традиционном представлении, в котором функция наблюдения за объектом зависит только от одной переменной — времени. В данной работе такой синтез выполнен на основе приближённого решения обобщённого уравнения Стратоновича, позволяющего учитывать зависимость сигнала наблюдения как от времени, так и от произвольного числа других переменных, с помощью которых возможен, например, учёт формы наблюдалемого объекта.

В случае использования маркера с вращающимся излучателем синтезированный алгоритм включает оценку не только пространственных координат объекта, но также оценку радиуса, угловой скорости и фазы вращения излучателя. Входная информация для работы этого алгоритма может быть получена либо ТВ-датчиком, либо четырёхквадрантным фотоприёмником. Моделированием установлена высокая помехозащищённость алгоритма по отношению к неподвижным мешающим излучателям. Основными факторами, определяющими это, являются использование узкого вращающегося пространственного строба, следящего за излучателем маркера сопровождаемого объекта, а также применение процедуры компенсации фона. Так, устойчивое сопровождение объекта, наблюдаемого на фоне пяти неподвижных мешающих источников, обеспечивается, если отношение яркости излучателя маркера к яркости каждого из мешающих источников будет не меньше 0,3.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yilmaz A., Javed O., Shah M. Object tracking: A survey // ACM Computing Surveys. 2006. **38**, Iss. 4. 13. 45 p.
2. Першина Ж. С., Каздорф С. Я., Лопота А. В. Методы визуальной навигации мобильного робота и построения картографических моделей внешней среды // Автометрия. 2019. **55**, № 2. С. 92–102. DOI: 10.15372/AUT20190210.
3. Held D., Levinson J., Thrun S., Savarese S. Robust Real-Time Tracking Combining 3D Shape, Color, and Motion // The Int. Journ. Robotics Research. 2015. **35**, Iss. 1–3. P. 1–28.
4. Яковлев К. С., Хитъков В. В., Логинов М. И., Петров А. В. Система навигации группы БЛА на основе маркеров // Робототехника и техническая кибернетика. 2014. Вып. 4, № 5. С. 44–48.
5. Raskar R., Nii H., de Decker B. et al. Prakash: Lighting aware motion capture using photosensing markers and multiplexed illuminators // ACM Trans. Graphics. 2007. **26**, Iss. 3. 36. 11 p.
6. Van Liere R., Mulder J. D. Optical tracking using projective invariant marker pattern properties // Proc. of the IEEE Virtual Reality. Los Angeles, USA, 22–26 March, 2003. P. 191–198.
7. Юхно П. М. Траекторно-пространственная фильтрация в корреляционно-экстремальных системах // Автоматика и телемеханика. 1992. Вып. 7. С. 79–85.
8. Тихонов В. И. Оптимальный приём сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
9. Красовский А. А. Справочник по теории автоматического управления. М.: Наука, 1987. 712 с.

Поступила в редакцию 24.02.2025

После доработки 18.03.2025

Принята к публикации 29.04.2025