

УДК 519.876.5:681.5.015.87

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЕКТОРА ОТСЧЁТОВ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

© А. Г. Вострецов^{1,2}, С. Г. Филатова^{1,3}, Д. И. Вольхин¹

¹*Новосибирский государственный технический университет,
630073, г. Новосибирск, просп. К. Маркса, 20*

²*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,
630091, г. Новосибирск, Красный проспект, 54*

³*Федеральный институт промышленной собственности,
125993, Москва, Бережковская набережная, 30, корп. 1*

E-mail: vostreczov@corp.nstu.ru

Предложен способ моделирования случайных последовательностей, составленных из цифровых отсчётов стационарных случайных процессов с заданной спектральной плотностью мощности (СПМ) в системах цифровой обработки сигналов (СЦОС). Способ учитывает ограничение спектра сигнала входными устройствами СЦОС и особенности представления передаточных функций с использованием быстрого преобразования Фурье. В качестве исходного процесса для моделирования принят цифровой белый шум с гауссовским или равномерным распределением. Показано, что оценка СПМ приведённых в результате моделирования последовательностей является несмещённой, её среднее значение совпадает с отсчётами исходной СПМ. Получено выражение для расчёта среднеквадратической погрешности оценки.

Ключевые слова: цифровое моделирование, случайная последовательность, спектральная плотность мощности, стационарный случайный процесс.

DOI: 10.15372/AUT20250304

EDN: HDEJWK

Введение. В связи с тем, что цифровая обработка сигналов в настоящее время широко используется для решения задач связи, навигации, радиолокации, дистанционного зондирования Земли, масс-спектрометрии, медико-биологических исследований и многих других, неотъемлемой частью проектирования, синтеза и анализа современных сложных систем является цифровое моделирование их функционирования, а также происходящих в них физических процессов. Системы цифровой обработки сигналов (СЦОС) используют последовательности, полученные в результате аналого-цифрового преобразования процесса на входе системы, при этом, как правило, применяется дискретизация с постоянным временным интервалом τ_d между отсчётами. Дискретные последовательности характеризуются периодичностью их спектра [1, 2], что без принятия специальных мер может привести к искажениям полезного сигнала, который обусловлен наложением составляющих его собственного спектра, следующих с периодом повторения $F_d = 1/\tau_d$, а также помеховых сигналов из соседних частотных диапазонов. Для уменьшения этих искажений входные цепи СЦОС всегда содержат аналоговые фильтры низких частот (ФНЧ) с полосой пропускания Π , совпадающей с шириной спектра полезного сигнала ΔF_S , а шаг дискретизации выбирают из условия $\tau_d \leq \Delta F_S/2$ [2].

Существенную роль в СЦОС, работающих при малых отношениях сигнал/шум, играют собственные шумы электронных устройств и внешние помехи [3–6]. Поэтому важным этапом проектирования систем является анализ их помехоустойчивости. Из-за сложности

систем и применяемых в них алгоритмов анализ их характеристик на этапе проектирования зачастую возможен только методами имитационного моделирования. Также в настоящее время для сокращения временных и финансовых затрат при проведении испытаний готовых изделий стали широко применять полунатурное моделирование. Его смысл состоит в том, что тестовые сигналы (их структура, форма и мощность) формируются сначала методом моделирования на ЭВМ, а затем с помощью специальных аппаратных средств преобразуются в реальные физические воздействия на СЦОС [7]. Таким образом, актуальной является задача цифрового моделирования дискретных последовательностей, составленных из отсчётов процесса, наблюдаемого на входе СЦОС и представляющего собой результат взаимодействия полезного сигнала и случайной (шумовой) составляющей.

Методы цифрового моделирования случайных процессов с учётом дискретного характера выборки начали интенсивно развиваться с появлением первых ЭВМ [8–13]. Существенную часть среди них занимают задачи моделирования стационарных случайных последовательностей (ССП). В большинстве публикаций цифровое моделирование ССП рассматривают как задачу формирования случайной дискретной последовательности с заданной корреляционной функцией (КФ), используя для этого методы канонического разложения или формирующего фильтра [8, 14–17]. Недостатком метода канонического разложения является сложность формирования случайной последовательности большой длины, а существующие алгоритмы на основе метода формирующего фильтра требуют большого объёма подготовительных расчётов и вычислительных ресурсов, что затрудняет их применение. Кроме того, большинство известных алгоритмов сосредоточено на моделировании случайного процесса с КФ, максимально приближённой к истинной КФ непрерывного процесса, хотя для исследования СЦОС достаточно обеспечить заданную корреляцию отсчётов наблюдаемого процесса с учётом предварительной аналоговой фильтрации входного сигнала.

Ограничение полосы частот сигнала на входе СЦОС создаёт благоприятные условия для применения метода формирующего фильтра непосредственно в частотной области. Использование быстрого преобразования Фурье (БПФ) существенно сокращает при этом требования к производительности вычислительных систем. Так, в работе [18] вешественную выборку из ССП $x(t)$ со спектральной плоскостью мощности (СПМ) $G(f)$ в предположении, что $G(0) = 0$ и $G(\Delta f N/2) = 0$, предлагается моделировать в соответствии с алгоритмом

$$x(n\tau_d) = \sum_{l=0}^{N/2-1} \sqrt{G(l \Delta f) \Delta f} \cos(2\pi l \Delta f n\tau_d + \varphi_l), \quad (1)$$

где $\Delta f = 1/T_L$ — разрешение по частоте, $T_L = N\tau_d$ — длительность реализации ССП, N — число отсчётов, φ_l — независимые равномерно распределённые на интервале $[0, 2\pi]$ случайные величины, $l = 0, \dots, N/2 - 1$. Для ускорения вычислений реализации (1) предложено использовать процедуру БПФ.

Хотя требование $G(0) = 0$ и $G(\Delta f N/2) = 0$ во многих случаях не является обременительным (обычно мы имеем дело со стационарными случайными процессами со средним значением, равным нулю, а применение аналогового ФНЧ на входе СЦОС обеспечивает условие $G(\Delta f N/2) \approx 0$), такой подход не позволяет моделировать многие реальные стационарные случайные процессы, такие как шум RC -цепи или стационарный фликкер-шум.

Целью данной работы является разработка способа моделирования последовательности дискретных отсчётов стационарных случайных процессов методом цифрового формирующего фильтра в частотной области с применением в качестве исходного процесса дискретного белого шума и процедур прямого и обратного БПФ (ОБПФ).



Рис. 1. Упрощённая схема СЦОС

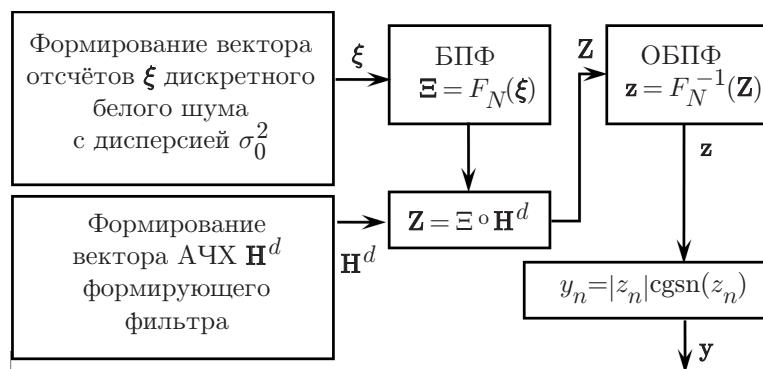
Алгоритм моделирования ССП. На рис. 1 показана упрощённая схема СЦОС. На вход системы поступает непрерывный случайный процесс $x(t)$ с заданной СПМ $G(f)$. Его спектр предварительно ограничивается с помощью аналогового ФНЧ с прямоугольной полосой пропускания $\Pi = \Delta F_S$. Ограниченный по полосе частот аналоговый процесс $y(t)$ преобразуется в цифровую форму, при этом применяется равномерная дискретизация сигнала с фиксированным шагом $\tau_d = 1/(k \Delta F_S)$ (для СЦОС обычно принимают $k = 3-5$), и предполагается, что разрядность аналого-цифрового преобразователя (АЦП) достаточно велика, чтобы можно было пренебречь погрешностью квантования входного процесса. В результате на выходе АЦП имеется последовательность цифровых отсчётов исходного сигнала $y[n] = y(n\tau_d)$, длина N которой определяется длительностью T_L моделируемой реализации случайного сигнала: $N = \lfloor T_L/\tau_d + 0,5 \rfloor$, где $\lfloor \cdot \rfloor$ означает взятие целой части числа. Из элементов последовательности $y[n]$ формируется вектор отсчётов $\mathbf{y} = \{y_0, y_1, \dots, y_{N-1}\}^\top$ (\top — знак транспонирования), который подвергается дальнейшей цифровой обработке. Для использования процедуры БПФ число N выбирается из условия $N = 2^m$ (m — целое число) путём соответствующей корректировки величин T_L или τ_d .

Таким образом, задача состоит в моделировании вектора отсчётов \mathbf{y} при условии, что на входе системы действует процесс $x(t)$ с заданными параметрами. Искомый вектор \mathbf{y} формируется путём цифровой фильтрации в частотной области дискретного белого шума с интервалами между отсчётами, равными τ_d . Общая схема моделирования показана на рис. 2.

Сначала формируется вектор отсчётов $\boldsymbol{\xi} = \{\xi_0, \dots, \xi_{N-1}\}^\top$ дискретного белого шума размерностью N с дисперсией $\sigma_0^2 = N_0/(2\tau_d)$, где N_0 — односторонняя СПМ белого шума. Затем с помощью БПФ вычисляется дискретный фурье-образ случайного вектора $\boldsymbol{\xi}$, имеющий вид $\boldsymbol{\Xi} = F_N(\boldsymbol{\xi}) = \{\Xi_0 \dots \Xi_{N-1}\}^\top$, где $F_N(\cdot)$ означает БПФ N -мерного вектора, т. е.

$$\Xi_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi_n \exp \left\{ -j \frac{2\pi}{N} ln \right\},$$

при $l = 0, \dots, N-1$. В силу свойства симметрии БПФ и того, что вектор отсчётов $\boldsymbol{\xi}$

Рис. 2. Схема моделирования вектора отсчётов \mathbf{y} на входе устройства ЦОС

действительный, имеем $\Xi_l = \Xi_{N-l}^*$, $l = 1, \dots, N/2$, знак $(*)$ означает комплексное сопряжение.

Полученный в результате БПФ комплексный вектор Ξ поэлементно умножается на вектор $\mathbf{H}^d = \{H_0^d, \dots, H_{N-1}^d\}^\top$ отсчётов амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) $H(f)$ формирующего фильтра, взятых с шагом $\Delta f = 1/(N\tau_d)$ (на рис. 2 поэлементное умножение обозначено знаком (\circ)). Так как СПМ шума $G^\Pi(f)$ на выходе ФНЧ СДОС имеет вид

$$G^\Pi(f) = \begin{cases} G(f) & \text{при } |f| \leq \Pi; \\ 0 & \text{при } |f| > \Pi, \end{cases}$$

то непрерывная АЧХ формирующего фильтра $H(f) = \sqrt{G^\Pi(f)}$. Фазочастотная характеристика фильтра принята равной нулю.

В силу симметрии используемого БПФ компоненты вектора \mathbf{H}^d вычисляются по следующему алгоритму:

$$H_l^d = \begin{cases} H(l\Delta f) & \text{при } l \leq N/2; \\ H[(N-l)\Delta f] & \text{при } l > N/2. \end{cases} \quad (2)$$

После поэлементного умножения векторов Ξ и \mathbf{H}^d получаем дискретный фурье-образ $\mathbf{Z} = \Xi \circ \mathbf{H}^d$ прототипа вектора \mathbf{y} отсчётов случайного процесса с СПМ $G^\Pi(f)$. Поскольку вектор \mathbf{H}^d является действительным и симметричным относительно компонента с номером $N/2$, то для компонентов вектора \mathbf{Z} также справедливы равенства $Z_l = Z_{N-l}^*$. Это предполагает, что вектор $\mathbf{z} = F_N^{-1}(\mathbf{Z}) = \{z_0, \dots, z_{N-1}\}^\top$, полученный в результате ОБПФ $F_N^{-1}(\cdot)$, где

$$z_l = \sum_{n=0}^{N-1} Z_n \exp \left\{ j \frac{2\pi}{N} ln \right\}, \quad l = 0, \dots, N-1,$$

является также действительным. Однако в силу конечной разрядной сетки вычислителя вектор \mathbf{z} в общем случае может оказаться комплексным с небольшой, как показало моделирование, мнимой составляющей. Для получения действительного вектора отсчётов $\mathbf{y} = \{y_0, \dots, y_{N-1}\}^\top$ с заданной СПМ выполняется преобразование вектора \mathbf{z} по следующему алгоритму:

$$y_n = |z_n| \operatorname{csgn}(z_n), \quad n = 0, \dots, N-1,$$

где $\operatorname{csgn}(z)$ — функция знака комплексного числа:

$$\operatorname{csgn}(z) = \begin{cases} 1 & \text{при } \operatorname{Re}(z_n) > 0 \vee \{\operatorname{Re}(z_n) = 0 \wedge [\operatorname{Im}(z_n) \geq 0]\}; \\ -1 & \text{при } \operatorname{Re}(z_n) < 0 \vee \{\operatorname{Re}(z_n) = 0 \wedge [\operatorname{Im}(z_n) < 0]\}. \end{cases}$$

Имитационное моделирование ССП. На основе разработанного алгоритма проведено имитационное моделирование случайных последовательностей двух типов: случайной последовательности, полученной дискретизацией собственных шумов RC -цепи, и шумов напряжения малошумящего криогенного усилителя постоянного тока (УПТ), выполненного на двух коммерчески доступных биполярных кремниевых малошумящих транзисторах SSM2212 [19]. В качестве исходного процесса использовался дискретный белый шум с нормальным и равномерным распределениями. При этом односторонняя СПМ белого шума

принималась равной двум. Для формирования гауссовой последовательности применялся датчик гауссовых случайных чисел с нулевым средним и дисперсией σ_0^2 , а для последовательности равномерно распределённых случайных величин — датчик случайных чисел, равномерно распределённых на интервале $[-\sqrt{3}\sigma_0, \sqrt{3}\sigma_0]$.

В соответствии с предложенным алгоритмом (см. рис. 2) для каждого типа последовательностей независимо были смоделированы K реализаций случайных последовательностей длиной N в виде случайных векторов $\mathbf{y}^{(RC,k)} = \{y_0^{(RC,k)}, \dots, y_{N-1}^{(RC,k)}\}^\top$ для собственных шумов RC -цепи и $\mathbf{y}^{(УПТ,k)} = \{y_0^{(УПТ,k)}, \dots, y_{N-1}^{(УПТ,k)}\}^\top$ для шумов напряжения УПТ, $k = 1, \dots, K$, $K = 30$ и $K = 10000$.

Спектральная плотность мощности полученных последовательностей $\mathbf{y}^{(RC,k)}$ и $\mathbf{y}^{(УПТ,k)}$ оценивалась следующим образом. Для каждого вектора вычислялись выборочные спектральные плотности

$$g_k^{(RC)}(l \Delta f) = N\tau_d |Y_l^{(RC,k)}|^2, \quad g_k^{(УПТ)}(l \Delta f) = N\tau_d |Y_l^{(УПТ,k)}|^2, \quad (3)$$

где $Y_l^{(RC,k)}$, $Y_l^{(УПТ,k)}$, $l = 0, \dots, N - 1$ — коэффициенты БПФ:

$$Y_l^{(RC,k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[y_n^{(RC,k)} \exp \left(-j \frac{2\pi}{N} ln \right) \right], \quad Y_l^{(УПТ,k)} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \left[y_n^{(УПТ,k)} \exp \left(-j \frac{2\pi}{N} ln \right) \right].$$

Затем формировались оценки СПМ путём усреднения выборочных значений по K реализациям:

$$\hat{G}_{RC}(l \Delta f) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K g_k^{(RC)}(l \Delta f), \quad \hat{G}_{УПТ}(l \Delta f) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K g_k^{(УПТ)}(l \Delta f). \quad (4)$$

При моделировании ССП с заданной СПМ закон распределения случайного процесса чаще всего не принимается во внимание [8, 20], так как после прохождения через частотно-избирательные цепи он нормализуется [21]. Учитывая, что в качестве исходного процесса для моделирования последовательностей использовался дискретный белый шум с нулевым средним значением, нетрудно убедиться, что в (3) действительные и мнимые части коэффициентов БПФ $Y_n^{(RC,k)}$ и $Y_n^{(УПТ,k)}$ будут некоррелированными. Пусть $G_{RC}^{\Pi}(l \Delta f)$ и $G_{УПТ}^{\Pi}(l \Delta f)$ — значения моделируемых СПМ в точках $l \Delta f$ при $l = 0, \dots, N/2$. Если дискретный белый шум является гауссовским, то компоненты $\text{Re}[Y_l^{(RC,k)}]$ и $\text{Im}[Y_l^{(RC,k)}]$, а также $\text{Re}[Y_l^{(УПТ,k)}]$ и $\text{Im}[Y_l^{(УПТ,k)}]$ будут статистически независимыми гауссовскими случайными величинами с нулевым средним значением и одинаковыми дисперсиями $\sigma_{RC,l}^2 = \sigma_0^2 G_{RC}^{\Pi}(l \Delta f)/(2N)$ и $\sigma_{УПТ,l}^2 = \sigma_0^2 G_{УПТ}^{\Pi}(l \Delta f)/(2N)$ соответственно. Для равномерно распределённого дискретного белого шума распределение рассматриваемых коэффициентов БПФ с ростом N будет стремиться к гауссовскому закону, и при больших N их также можно приближённо принять в качестве независимых гауссовских случайных величин. Таким образом, случайные величины $(2N|Y_l^{(RC,k)}|^2/G_{RC}^{\Pi}(l \Delta f)\sigma_0^2)$ и $(2N|Y_l^{(УПТ,k)}|^2/G_{УПТ}^{\Pi}(l \Delta f)\sigma_0^2)$ будут иметь распределение χ -квадрат с двумя степенями свободы. Отсюда математические ожидания и дисперсии оценок СПМ (4):

$$\mathbf{M}[\hat{G}_{RC}(l \Delta f)] = \frac{2\sigma_0^2 G_{RC}^{\Pi}(l \Delta f)}{N} = G_{RC}^{\Pi}(l \Delta f);$$

$$\mathbf{D}[\hat{G}_{RC}(l \Delta f)] = \frac{[2\sigma_0^2 G_{RC}^\Pi(l \Delta f)/N]^2}{K} = \frac{[G_{RC}^\Pi(l \Delta f)]^2}{K}; \quad (5)$$

$$\mathbf{M}[\hat{G}_{УПТ}(l \Delta f)] = G_{УПТ}^\Pi(l \Delta f); \quad \mathbf{D}[\hat{G}_{УПТ}(l \Delta f)] = \frac{[G_{УПТ}^\Pi(l \Delta f)]^2}{K}, \quad (6)$$

где $\mathbf{M}[\cdot]$ — оператор вычисления математического ожидания, $\mathbf{D}[\cdot]$ — оператор вычисления дисперсии при $l = 0, \dots, N/2$. При $l = N/2 + 1, \dots, N - 1$ в правых частях формул (5)–(6) l следует заменить на $N - l$. Таким образом, оценки СПМ (4) будут несмешёнными со среднеквадратическими отклонениями (СКО)

$$\sigma_{\hat{G}_{RC}(l \Delta f)} = \frac{G_{RC}^\Pi(l \Delta f)}{\sqrt{K}}, \quad \sigma_{\hat{G}_{УПТ}(l \Delta f)} = \frac{G_{УПТ}^\Pi(l \Delta f)}{\sqrt{K}}$$

соответственно. Относительное СКО для оценок СПМ составит величину $\delta = 1/\sqrt{K}$.

При моделировании шума RC -цепи в качестве входного сигнала $x(t)$ в схеме на рис. 1 рассматривался шумовой процесс на выходе RC -цепи, обусловленный сопротивлением щунтирующего резистора $R = 4,72$ ГОм и входной ёмкостью транзистора JFE 2140 $C = 13$ пФ (постоянная времени цепи $\tau = RC = 0,061$ с). Влияние собственного входного сопротивления транзистора не учитывалось, так как оно намного превосходит сопротивление резистора R и составляет величину порядка ТОм.

Спектральная плотность мощности шума непрерывного процесса на выходе RC -цепи задаётся следующей формулой [21]:

$$G_{RC}(f) = \frac{2\alpha\sigma_{RC}^2}{\alpha^2 + (2\pi f)^2}, \quad (7)$$

где $\alpha = 1/\tau$; $\sigma_{RC}^2 = N_R \Pi_{ш}/2$ — дисперсия случайного процесса на входе RC -цепи; $\Pi_{ш} = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{1}{1 + j2\pi f\tau} \right|^2 df$ — шумовая полоса RC -цепи, $N_R = 4k_b T R = 7,816 \times 10^{-11}$ В²/Гц — односторонняя СПМ белого шума, обусловленного резистором R при температуре 300 К ($k_b = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К — постоянная Больцмана). При моделировании было принято $T_L = 4$ с, $N = 2^{12}$, $\tau_d = T_S/N = 9,72 \cdot 10^{-4}$ с, $\Pi = 1/(3\tau_d) = 341,333$ Гц.

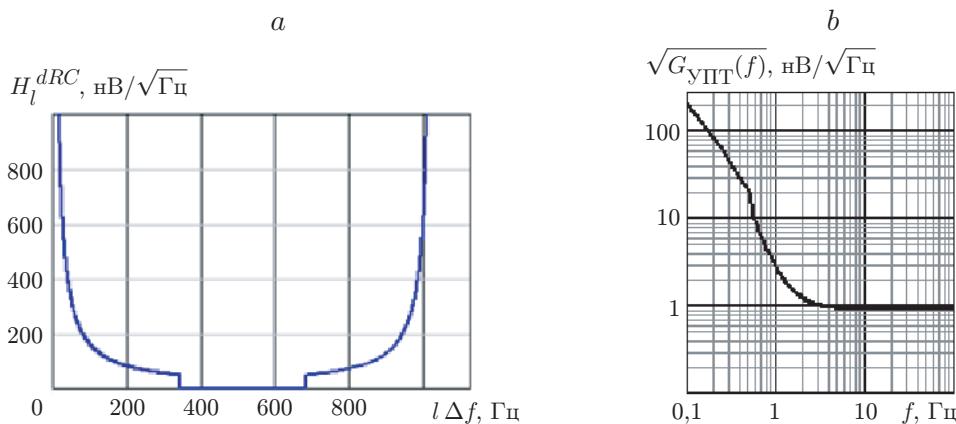


Рис. 3. График дискретной АЧХ формирующего фильтра: для RC -цепи (a) и криогенного УПТ (b) [21]

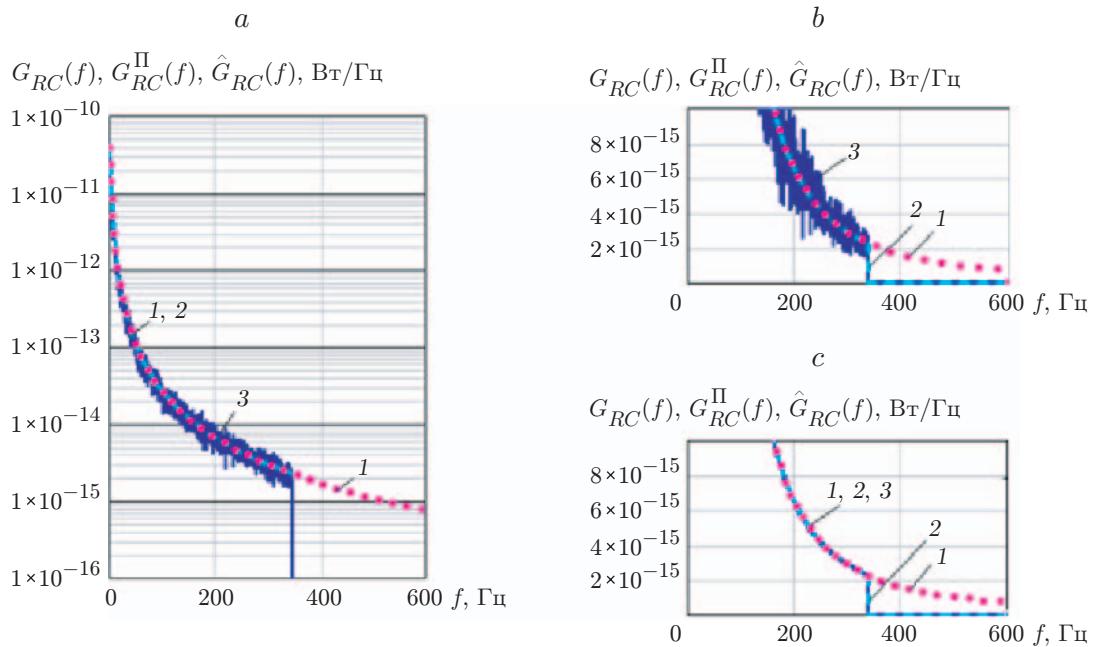


Рис. 4. Спектральная плотность мощности собственного шума на выходе RC -цепи:
а, б — при оценке по 30 опытам; с — при оценке по 10000 опытов

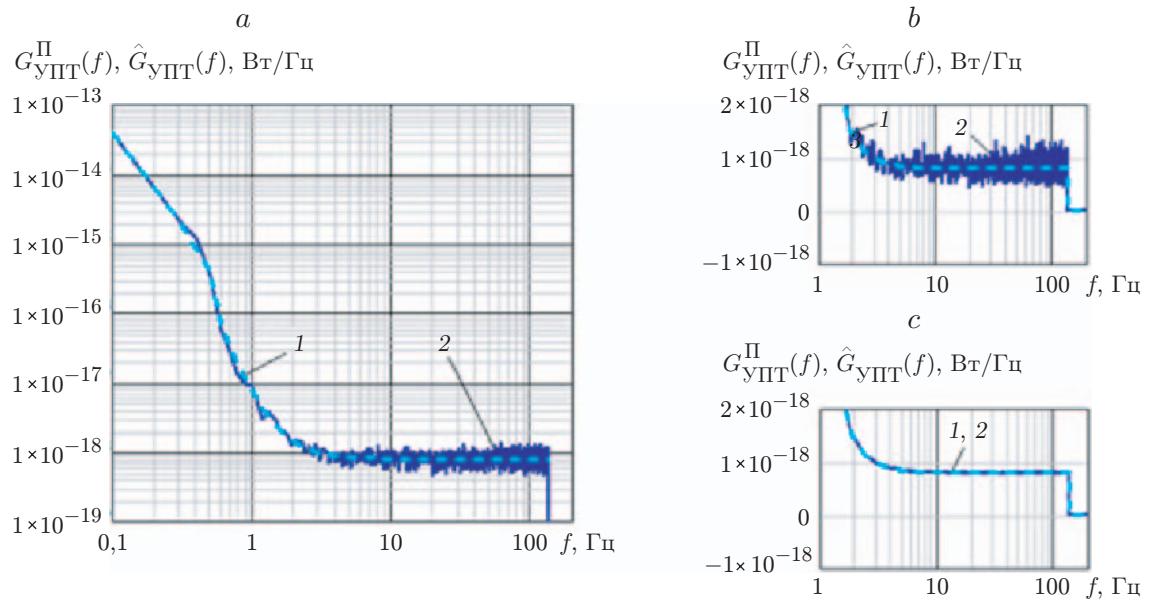


Рис. 5. Спектральная плотность напряжения собственного шума УПТ: а, б — при оценке по 30 опытам; с — при оценке по 10000 опытов

Для этих значений параметров шумовая полоса составила величину $\Pi_{\text{ш}R} = 8,109 \text{ Гц}$, дисперсия шума на выходе RC -цепи после аналогового ФНЧ с полосой Π равнялась $\sigma_{RC}^2 = 3,169 \cdot 10^{-10} \text{ В}^2$. На рис. 3, *a* приведён график дискретной АЧХ H_l^{dRC} формирующего фильтра для RC -цепи, вычисленной по формуле (2).

В качестве СПМ стационарного шума напряжения криогенного УПТ была принята усреднённая СПМ $G_{\text{УПТ}}(f)$, полученная экспериментально при температуре $T = 77 \text{ К}$ [19] и экстраполированная до 0 Гц (рис. 3, *b*). При моделировании шума УПТ было принято $T_S = 10 \text{ с}$, $N = 2^{12}$, $\tau_d = T_S/N = 2,441 \cdot 10^{-3} \text{ с}$, $\Pi = 1/(3\tau_d) = 136,533 \text{ Гц}$.

На рис. 4 приведены СПМ собственных шумов RC -цепи, кривая 1 (показана точками) представляет собой теоретическую кривую зависимости СПМ, определяемую зависимостью (7), кривая 2 (пунктир) — построенную кривую в соответствии с формулой (2), кривая 3 (сплошная линия) — СПМ, полученную моделированием. На рис. 4, *a*, *b* кривые 3 показывают результаты моделирования по $K = 30$ опытам, на рис. 4, *c* — по $K = 10000$ опытам.

Из рис. 4 видно, что результаты моделирования хорошо согласуются с результатами расчётов. Относительное СКО оценок от истинного значения составляет величину $\delta_{RC} = 0,183$ при $K = 30$, $\delta_{RC} = 0,01$ при $K = 10000$.

Гистограммы 10^6 отсчётов случайного процесса, построенные по результатам моделирования на основе гауссовского и равномерно распределённого белого шума показали хорошее совпадение обеих гистограмм и теоретической гауссовой плотности вероятности.

Результаты моделирования собственных шумов напряжения УПТ показаны на рис. 5, где кривая 1 (показана пунктиром) представляет собой сглаженную, экспериментально полученную кривую зависимости СПМ $G_{\text{УПТ}}^\Pi(f)$, кривая 2 (сплошная линия) — СПМ $\hat{G}_{\text{УПТ}}(f)$, полученную моделированием. На рис. 5, *a*, *b* кривые 2 показывают результаты моделирования по $K = 30$ опытам, на рис. 5, *c* — по $K = 10000$ опытам.

В данном случае гистограммы 10^6 отсчётов случайного процесса, построенные по результатам моделирования на основе гауссовского и равномерно распределённого белого шума показали хорошее совпадение обеих гистограмм и теоретической гауссовой плотности вероятности.

Заключение. Предложен метод цифрового моделирования последовательности N дискретных отсчётов стационарных случайных процессов с заданной СПМ, формирующимися на выходе АЦП цифровой системы с учётом ограничения полосы частот на её входе. Основу метода составляет фильтрация в частотной области с использованием БПФ предварительно сформированной последовательности из N отсчётов дискретного белого шума с нормальным или равномерным распределением. Применение БПФ обеспечивает высокую скорость моделирования. Возможность варьирования длины моделируемой последовательности и шага дискретизации позволяет исследовать СЦОС при различных режимах работы устройства дискретизации. Для получения реализации большой длительности можно, используя свойство линейности БПФ, осуществить раздельное моделирование реализаций узкополосной низкочастотной и широкополосной составляющих шума, например композиции отсчётов белого и фликкер-шумов на выходе усилителя. Для этого низкочастотная составляющая шума моделируется на временнóм интервале большой длительности с редким шагом дискретизации, а широкополосная компонента (белый шум) формируется из последовательных независимых фрагментов малой длительности с коротким шагом дискретизации. Тем самым учитываются ограничения на доступную размерность БПФ, а значения отсчётов низкочастотной составляющей в фрагментах широкополосной части вычисляются с помощью интерполяции уже имеющихся отсчётов низкочастотной части.

Финансирование. Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (проект № FSUN 2023-0007) в части разработки способа моделирования, имитационного моделирования случайной последовательности, полученной дискретизацией собственных шумов RC -цепи и проведения сопоставительного анализа на согласованность результатов моделирования и известных теоретических данных и Российского научного фонда (грант № 24-79-00071) в части постановки физического эксперимента по измерению спектральной плотности напряжения криогенного биполярного малошумящего усилителя при температуре 77 К, моделирования отсчётов шума на его выходе и сопоставительного анализа на согласованность экспериментальных данных и результатов моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Рабинер Л., Гоулд Б.** Теория и применение цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. А. Л. Зайцева, Э. Г. Назаренко, Н. Н. Тетёкина; под ред. Ю. Н. Александрова. М.: Мир, 1978. 848 с.
2. **Оппенгейм А., Шафер Р.** Цифровая обработка сигналов: Пер. с англ. С. А. Кулешова; под ред. А. С. Ненашева. Изд. 2-е, испр. М.: Техносфера, 2007. 856 с.
3. **Букингем М.** Шумы в электронных приборах и системах: Пер. с англ. А. Б. Мещерякова, В. П. Митрофанова, Г. А. Сидоровой; под ред. В. Н. Губанкова. М.: Мир, 1986. 399 с.
4. **Лихтер Я. И.** О некоторых свойствах атмосферных помех // Радиотехника и электроника. 1956. 1, № 10. С. 1295–1302.
5. **Middleton D.** Statistical-Physical Models of Electromagnetic Interference // IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility. 1977. **EMC-19**, Iss. 3. P. 106–127.
6. **Middleton D.** Non-Gaussian noise models in signal processing for telecommunications: New methods and results for class A and class B noise models // IEEE Trans. Information Theory. 1999. **45**, Iss. 4. P. 1129–1149.
7. **Mihalič F., Truntič M., Hren A.** Hardware-in-the-Loop Simulations: A Historical Overview of Engineering Challenges // Electronics. 2022. **11**, Iss. 15. 2462. DOI: 10.3390/electronics11152462.
8. **Быков В. В.** Алгоритмы для цифрового моделирования некоторых типов стационарных нормальных случайных процессов // Электросвязь. 1967. № 9. С. 77–79.
9. **Быков В. В.** Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 328 с.
10. **White R. C.** Experiments with Digital Computer Simulations of Pseudo-Random Noise Generators // IEEE Trans. Electronic Computers. 1967. **EC-16**, Iss. 3. P. 355–357.
11. **Mehra R.** Digital simulation of multidimensional Gauss-Markov random processes // IEEE Trans. Automatic Control. 1969. **14**, Iss. 1. P. 112–113.
12. **Rapaport M. A.** Digital Computer Simulation of a Four-Phase Data Transmission System // Bell Syst. Techn. Journ. 1964. **43**, Iss. 3. P. 927–964.
13. **Hedderly D., Lundquist L.** Computer Simulation of a Digital Satellite Communications Link // IEEE Trans. Commun. 1973. **21**, Iss. 4. P. 321–325.
14. **Гридина Е. Г., Лебедев А. Н., Недосекин Д. Д., Чернявский Е. А.** Цифровое моделирование систем стационарных случайных процессов. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 144 с.
15. **Карташов В. Я., Новосельцева М. А.** Цифровое моделирование стационарных случайных процессов с заданной корреляционной функцией на основе непрерывных дробей // Управление большими системами: сб. тр. М.: ИПУ РАН, 2010. Вып. 31. С. 49–91.

16. **Moklyachuk O.** Simulation of random processes with known correlation function with the help of Karhunen-Loeve decomposition // Theory of Stochastic Processes. 2007. **13**, Iss. 4. P. 163–169.
17. **Ефимов А. С.** Моделирование случайных процессов на основе преобразования Карунена—Лоэва // Науч.-техн. вестн. информационных технологий, механики и оптики. 2022. **22**, № 4. С. 779–784. DOI: 10.17586/2226-1494-2022-22-4-779-784.
18. **Гельгор А. Л., Горлов А. И., Попов Е. А.** Методы моделирования случайных величин и случайных процессов. СП.-б.: Изд-во политехн. ун-та, 2012. 217 с.
19. **Новиков И. Л., Вольхин Д. И., Вострецов А. Г.** Криогенный биполярный малошумящий усилитель постоянного тока для низкочастотных применений // Радиотехника и электроника. 2024. **69**, № 1. С. 88–98. DOI: 10.31857/S0033849424010078.
20. **Прохоров С. А., Графкин А. В., Графкин В. В. и др.** Прикладной анализ случайных процессов. Самара: Саратовский научный центр РАН, 2007. 582 с.
21. **Тихонов В. И.** Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.

Поступила в редакцию 27.01.2025

После доработки 21.04.2025

Принята к публикации 29.04.2025
