

УДК 681.5

## УПРАВЛЕНИЕ ВЕКТОРОМ СКОРОСТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

© Ю. Н. Золотухин, К. Ю. Котов, А. С. Мальцев, А. А. Нестеров,  
А. П. Ян

*Институт автоматизации и электрометрии СО РАН,  
630090, г. Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 1  
E-mail: kotov@idisys.iae.nsk.su*

Рассмотрена задача управления вектором скорости летательного аппарата в транспортной системе координат. На основе метода структурного синтеза предложен алгоритм управления, обеспечивающий достижение заданной скорости полёта при согласованном управлении рулями и тягой двигателя. Результаты численного моделирования демонстрируют эффективность предложенного подхода.

*Ключевые слова:* траекторная система управления полётом, структурный синтез нелинейных автоматических систем.

DOI: 10.15372/AUT20210401

**Введение.** Формирование предписанных траекторий и режимов полёта беспилотного летательного аппарата осуществляется управлением величиной и ориентацией вектора скорости центра масс аппарата. Вектор скорости определяется совокупностью сил и моментов, действующих на аппарат. Управление вектором скорости обеспечивается изменением сил и моментов, создаваемых управляющими поверхностями и силой тяги.

Для синтеза алгоритмов управления вектором скорости удобно использовать уравнения движения аппарата в траекторной системе координат. Дальнейшее формирование управляющих воздействий выполняется на основе нелинейных моделей движения и методов бэкстепинга [1–3], скользящих режимов [4] или прогнозирующих моделей [5].

В некоторых случаях исходная модель динамики линеаризуется и применяются методы линейного регулирования [6]. Использование линейных регуляторов ограничивается сложностью выбора параметров для различных режимов движения.

Управление скоростью полёта должно обеспечиваться одновременным воздействием на рули и тягу двигателей. Указанные выше подходы приводят, как правило, к изолированным регуляторам для разных управляющих воздействий.

В данной работе для решения задачи управления вектором скорости летательного аппарата применяется метод структурного синтеза нелинейных автоматических систем, основой которого является организация вынужденного движения управляемого объекта вдоль желаемой траектории в пространстве состояний. Получаемый в результате синтеза алгоритм обладает относительно простой и единой структурой и не требует линеаризации уравнений динамики [7–9]. Вычисленные управляющие воздействия обеспечивают согласованное управление рулями и тягой двигателя и заданные показатели качества переходных процессов.

Моделирование полёта аппарата самолётной компоновки по программной траектории подтвердило эффективность предложенного алгоритма управления движением.

**Постановка задачи.** Спроецируем силы, действующие на летательный аппарат, на оси траекторной системы координат. При отсутствии ветра получим три скалярных диф-

дифференциальных уравнения первого порядка:

$$\begin{cases} m\dot{V} = P \cos \alpha \cdot \cos \beta - X - mg \sin \Theta; \\ mV\dot{\Theta} = P(\sin \alpha \cdot \cos \gamma_a + \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma_a) + Y \cos \gamma_a - Z \sin \gamma_a - mg \cos \Theta; \\ -mV\dot{\Psi} \cos \Theta = P(\sin \alpha \cdot \sin \gamma_a - \cos \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos \gamma_a) + Y \sin \gamma_a + Z \cos \gamma_a. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $V$  — скорость полёта, направленная по касательной к траектории;  $Y$  — подъёмная сила;  $X$  — сила сопротивления;  $Z$  — боковая сила;  $\Theta$  — угол наклона траектории;  $\Psi$  — угол пути;  $\alpha$  — угол атаки;  $\beta$  — угол скольжения;  $\gamma_a$  — скоростной угол крена;  $P$  — сила тяги, совпадающая по направлению с продольной осью летательного аппарата;  $m$  — его масса.

Первое уравнение системы (1) определяет изменение модуля  $V$  скорости центра масс летательного аппарата, второе и третье — изменение кривизны траектории в вертикальной и горизонтальной плоскостях соответственно.

Для упрощения процедуры синтеза алгоритма управления рассмотрим частные случаи движения.

1. Полёт в вертикальной плоскости (продольное движение) без крена и скольжения. При этом  $\beta = 0$ ,  $\gamma_a = 0$ . Уравнения (1) принимают вид

$$\begin{cases} m\dot{V} = P \cos \alpha - X - mg \sin \Theta; \\ mV\dot{\Theta} = P \sin \alpha + Y - mg \cos \Theta \end{cases} \quad (2)$$

и дополняются кинематическим уравнением

$$\theta = \Theta + \alpha \quad (3)$$

и уравнением моментов относительно поперечной оси летательного аппарата

$$J_z \ddot{\theta} = M_z. \quad (4)$$

Здесь  $\theta$  — угол тангажа,  $J_z$  и  $M_z$  — момент инерции и суммарный момент аэродинамических сил.

2. Полёт в горизонтальной плоскости (боковое движение) без крена с малыми углами атаки:  $\alpha = 0$ ,  $\gamma_a = 0$ ,  $\Theta = 0$ . Соответствующие уравнения принимают вид

$$\begin{cases} m\dot{V} = P \cos \beta - X; \\ -mV\dot{\Psi} = -P \sin \beta + Z, \end{cases} \quad (5)$$

$$\psi = \Psi + \beta, \quad (6)$$

$$J_y \ddot{\psi} = M_y. \quad (7)$$

Здесь  $\psi$  — курсовой угол,  $J_y$  и  $M_y$  — момент инерции и суммарный момент аэродинамических сил относительно вертикальной оси летательного аппарата.

Задачей управления будем считать задачу поддержания модуля заданной скорости полёта  $V_{ref}$  и требуемых углов  $\Theta_{ref}$ ,  $\Psi_{ref}$  ориентации траекторной системы координат относительно нормальной.

**Синтез алгоритма управления.** Запишем требуемые дифференциальные уравнения изменения регулируемых величин  $V$  и  $\Theta$ ,  $\Psi$ :

$$\begin{cases} \dot{V} + k_V(V - V_{ref}) = 0; \\ \dot{\Theta} + k_\Theta(\Theta - \Theta_{ref}) = 0; \\ \dot{\Psi} + k_\Psi(\Psi - \Psi_{ref}) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Решение этих уравнений при  $k_V > 0$  и  $k_\Theta > 0$ ,  $k_\Psi > 0$  устойчиво и не зависит от законов изменения задающих воздействий  $V_{ref}$  и  $\Theta_{ref}$ ,  $\Psi_{ref}$ . Приравнявая старшие производные в уравнениях (2), (5) и (8), получим соотношения для вычисления потребной тяги  $P_{ref}^{lon}$  и  $P_{ref}^{lat}$  для различных режимов движения (вертикальная и горизонтальная плоскости) и углов атаки и скольжения:

$$\begin{cases} -mk_V(V - V_{ref}) + X + mg \sin \Theta = P_{ref}^{lon} \cos \alpha_{ref}; \\ -mVk_\Theta(\Theta - \Theta_{ref}) - Y + mg \cos \Theta = P_{ref}^{lon} \sin \alpha_{ref}, \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} -mk_V(V - V_{ref}) + X = P_{ref}^{lat} \cos \beta_{ref}; \\ -mVk_\Psi(\Psi - \Psi_{ref}) + Z = P_{ref}^{lat} \sin \beta_{ref}. \end{cases} \quad (10)$$

Обозначим левые части уравнений (9) и (10) переменными  $A_V$ ,  $A_\Theta$  и  $B_V$ ,  $B_\Psi$  соответственно. Выполняя несложные преобразования, получим

$$\begin{cases} P_{ref}^{lon} = \sqrt{A_V^2 + A_\Theta^2}; \\ \alpha_{ref} = \arctan(A_\Theta/A_V), \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} P_{ref}^{lat} = \sqrt{B_V^2 + B_\Psi^2}; \\ \beta_{ref} = \arctan(B_\Psi/B_V). \end{cases} \quad (12)$$

Необходимую тягу для случая сложного движения, осуществляемого одновременно в вертикальной и горизонтальной плоскостях, выразим как

$$P_{ref} = (P_{ref}^{lon} + P_{ref}^{lat})/2. \quad (13)$$

Из уравнений (3) и (6) получим углы тангажа и курса, определяющие заданную ориентацию летательного аппарата:

$$\theta_{ref} = \Theta_{ref} + \alpha_{ref}, \quad (14)$$

$$\psi_{ref} = \Psi_{ref} + \beta_{ref}. \quad (15)$$

По причине того, что момент сил влияет на вторую производную углов  $\theta$  и  $\psi$ , требуемое дифференциальное уравнение на переходные процессы по этим величинам имеет второй порядок. Аналогично [8] запишем эти уравнения в виде

$$\ddot{\theta} + (k_\theta + \alpha_\theta)\dot{\theta} + k_\theta\alpha_\theta(\theta - \theta_{ref}) = 0, \quad (16)$$

$$\ddot{\psi} + (k_{\psi} + \alpha_{\psi})\dot{\psi} + k_{\psi}\alpha_{\psi}(\psi - \psi_{ref}) = 0. \quad (17)$$

При положительных значениях коэффициентов  $\alpha$  и  $k$  уравнения (16), (17) описывают устойчивый выход углов ориентации на заданные величины. При  $k_{\theta} = \alpha_{\theta}$ ,  $k_{\psi} = \alpha_{\psi}$  эти процессы будут иметь монотонный характер. Постоянные времени переходных процессов определяются отношениями  $1/\alpha$ ,  $1/k$ .

После приравнивания старших производных в соотношениях (4), (7) и (16), (17) сразу находятся желаемые значения вращающих моментов, позволяющих поддерживать необходимые углы  $\theta = \theta_{ref}$ ,  $\psi = \psi_{ref}$ :

$$M_z = (-(k_{\theta} + \alpha_{\theta})\dot{\theta} - k_{\theta}\alpha_{\theta}(\theta - \theta_{ref}))/J_z, \quad (18)$$

$$M_y = (-(k_{\psi} + \alpha_{\psi})\dot{\psi} - k_{\psi}\alpha_{\psi}(\psi - \psi_{ref}))/J_y. \quad (19)$$

Установление этих углов и тяги  $P = P_{ref}$  позволяет, в свою очередь, решать исходную задачу — регулировать скорость и траекторные углы летательного аппарата.

Реализация алгоритма (18), (19) предполагает наличие оценок углов ориентации  $\theta$ ,  $\psi$  и первых производных этих величин, а также компонент скорости центра масс летательного аппарата. Оценки этих величин можно получить посредством расширенного фильтра Калмана [9].

Нахождение необходимых углов отклонения рулей высоты и курса, обеспечивающих требуемое значение моментов  $M_z$ ,  $M_y$ , подробно рассмотрено в [7].

**Результаты моделирования.** Для оценки эффективности предложенного алгоритма использовалась математическая модель аппарата самолётной схемы, оснащённого тремя управляющими поверхностями: элеронами, рулём курса и рулём высоты. Аппарат имеет следующие массинерционные характеристики:  $m = 16,14$  кг,  $J_x = 3,4$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_y = 4,8$  кг·м<sup>2</sup>,  $J_z = 4,2$  кг·м<sup>2</sup>.

Полная математическая модель движения с шестью степенями свободы, включающая аэродинамические силы и моменты, действующие на аппарат, а также предложенный алгоритм управления, реализованы в среде MATLAB/Simulink.

Начальные условия моделирования соответствуют случаю нахождения аппарата на заданной высоте  $Y(0) = 1000$  м с начальной продольной составляющей скорости полёта  $V_x(0) = 25$  м/с, установленных углов ориентации аппарата относительно нормальной системы координат  $\phi(0) = \psi(0) = \theta(0) = 0$  рад и их производных, также равных нулю.

Изменение требуемой скорости полёта  $V_{ref}$  или её составляющих  $V_{x.ref}$ ,  $V_{y.ref}$ ,  $V_{z.ref}$ , соответствующих заданным траекторным углам

$$\Theta_{ref} = \arctan(V_{x.ref}/V_{y.ref}) \quad (20)$$

и

$$\Psi_{ref} = \arctan(V_{x.ref}/V_{z.ref}), \quad (21)$$

выполнялось по программе, зависящей от времени  $t$ :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{если } t \geq 0 \text{ с,} & \text{то } V_{x.ref} = 28 \text{ м/с, } V_{y.ref} = 0 \text{ м/с, } V_{z.ref} = 0 \text{ м/с;} \\ \text{если } 100 \text{ с} \leq t \leq 160 \text{ с,} & \text{то } V_{y.ref} = 2 \text{ м/с;} \\ \text{если } 200 \text{ с} \leq t \leq 250 \text{ с,} & \text{то } V_{z.ref} = 2 \text{ м/с;} \\ \text{если } 300 \text{ с} \leq t \leq 350 \text{ с,} & \text{то } V_{y.ref} = 2 \text{ м/с и } V_{z.ref} = 2 \text{ м/с.} \end{array} \right. \quad (22)$$

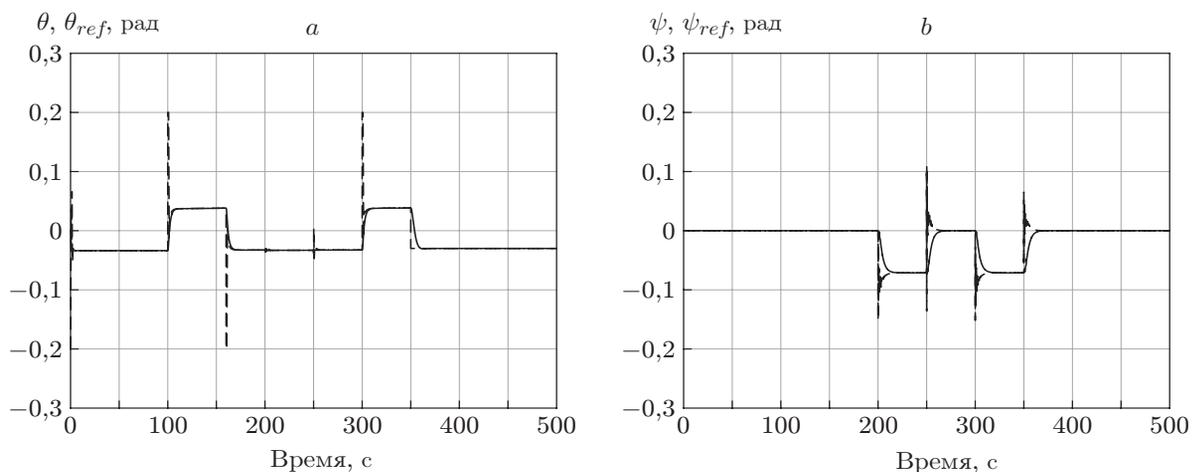


Рис. 1. Изменение текущих (сплошная кривая) и требуемых (пунктирная кривая) углов ориентации аппарата относительно нормальной системы координат:  $a$  — тангаж  $\theta$  и  $\theta_{ref}$ ,  $b$  — курс  $\psi$  и  $\psi_{ref}$

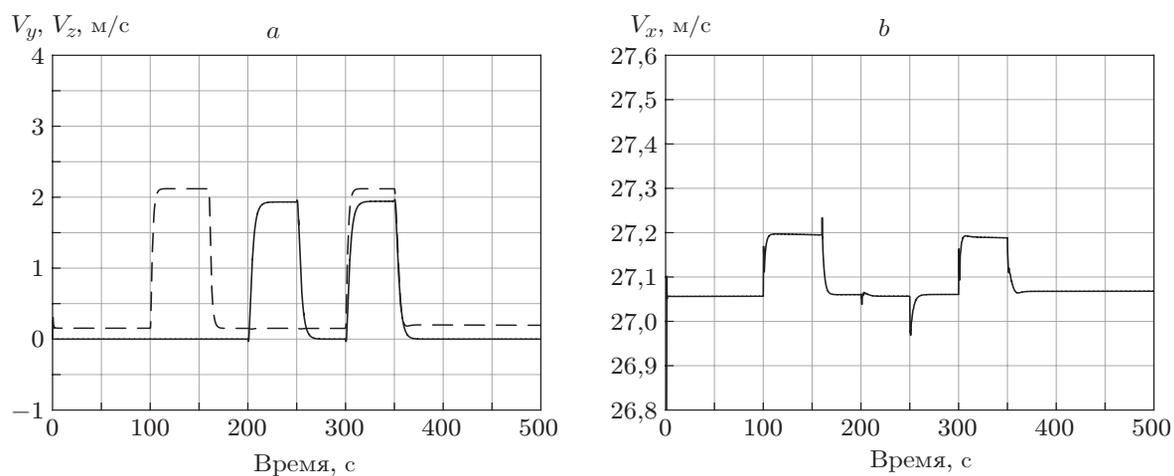


Рис. 2. Изменение составляющих скорости полёта  $V$ :  $a$  —  $V_y, V_z$ ,  $b$  —  $V_x$

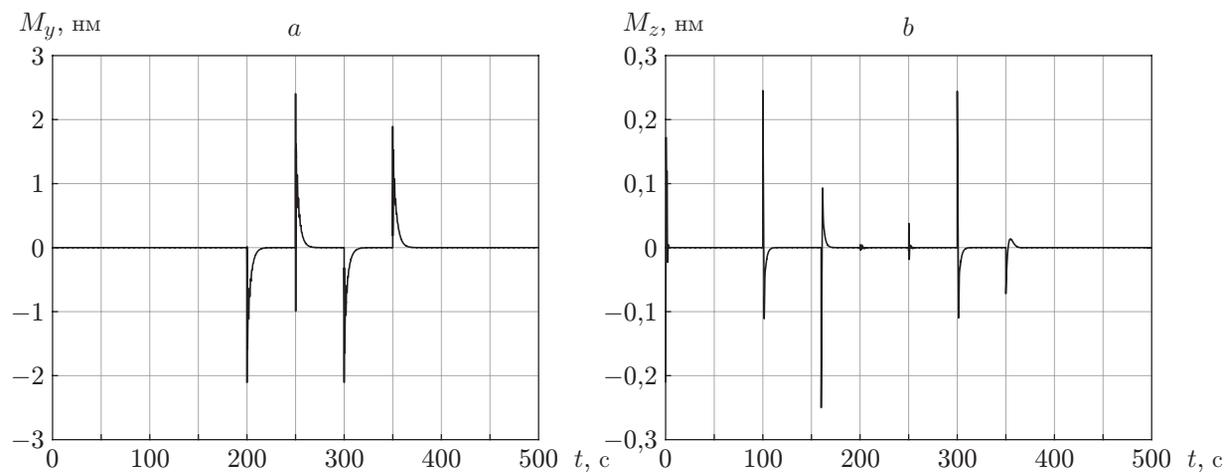


Рис. 3. Желаемые значения вращающих моментов:  $a$  —  $M_y$ ,  $b$  —  $M_z$

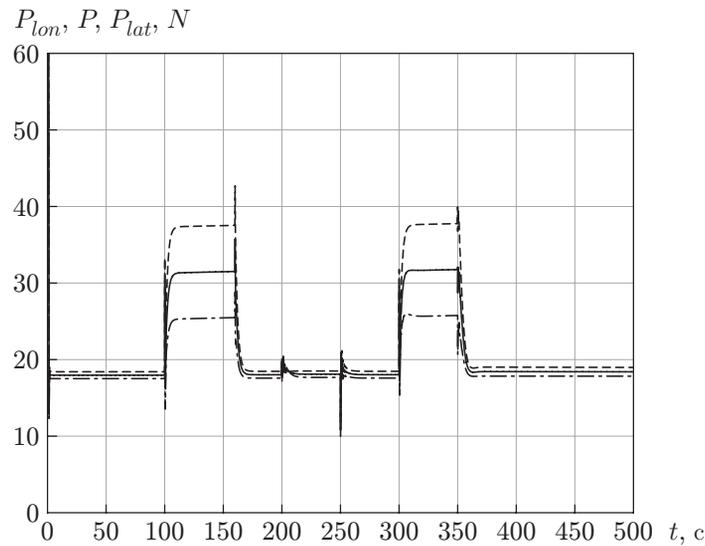


Рис. 4. Требуемая тяга  $P_{lon}$  в вертикальной (штриховая кривая),  $P_{lat}$  в горизонтальной (штрихпунктирная кривая) плоскостях и результирующая тяга  $P$  (сплошная кривая)

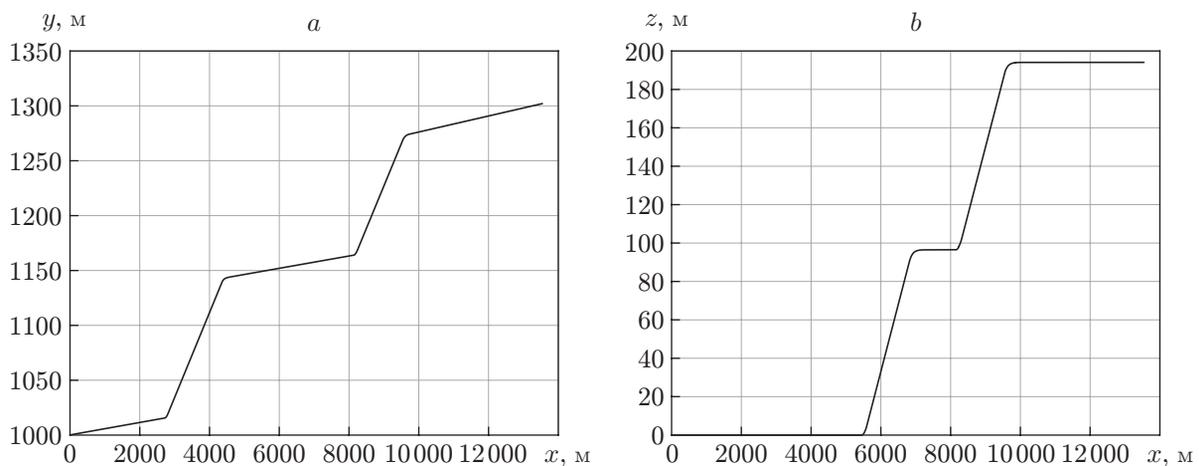


Рис. 5. Изменение координат в плоскостях:  $a$  — вертикальной  $ux$ ,  $b$  — горизонтальной  $zx$

Устанавливались следующие параметры алгоритма управления:  $k_V = 1,5$ ;  $k_\Theta = 0,5$ ;  $k_\Psi = 0,05$ ;  $k_\theta = \alpha_\theta = 0,5$ ;  $k_\psi = \alpha_\psi = 1,7$ .

Полученные переходные характеристики при данных параметрах имеют монотонный характер без перерегулирования (рис. 1, 2). Время установления заданных углов тангажа и курса, а также составляющих скорости полёта  $V$  не превышает 10 с.

Характерные выбросы в величинах управляющих моментов  $M_z$  и  $M_y$  на рис. 3,  $a$ ,  $b$  вызваны вычисленным значением требуемых углов  $\theta_{ref}$ ,  $\psi_{ref}$ , обеспечивающих заданный вид переходного процесса по исходным регулируемым переменным  $\Theta$ ,  $\Psi$ . Изменение тяги имеет более плавный характер (рис. 4). На рис. 5 приведена траектория движения аппарата в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

**Заключение.** Предложен алгоритм управления вектором скорости полёта на основе метода организации вынужденного движения системы вдоль траектории, задаваемой требуемыми уравнениями переходных процессов. Синтезированный алгоритм обеспечивает изменение скорости одновременным воздействием на руль высоты или курса и на тягу двигателя. Результаты численного моделирования демонстрируют возможность достижения монотонных переходных процессов без перерегулирования и заданной длительности. Дальнейшие исследования будут направлены на разработку регулятора на основе полной модели движения.

**Финансирование.** Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (государственная регистрация № 121042900050-6).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Wang Y., Zhu X., Zhou Zh., Shao Zh.** Landing control system design for a flying-wing aircraft based on ADRC // Intern. Conference on Intelligent Robotics and Applications (ICIRA 2014). Guangzhou: Springer International Publishing, 2014. P. 340–351.
2. **Newman B., Tran Th.** Back-stepping based flight path angle control algorithm for longitudinal dynamics // Proc. of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Minneapolis, USA, 13–16 Aug., 2012. P. 4612. DOI: 10.2514/6.2012-4612.
3. **Мирошник И. В., Никифоров В. О., Фрадков А. Л.** Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами. СПб.: Наука, 2000. С. 549.
4. **Wang X., Mkhoyan T., Breuker R. De.** Nonlinear incremental control for flexible aircraft trajectory tracking and load alleviation // Journ. Guidance Control and Dynamics. Cornell Univers., 2021. URL: <https://arxiv.org/abs/2101.00594> (дата обращения: 19.04.2021).
5. **Stastny Th., Siegwart R.** Nonlinear model predictive guidance for fixed-wing UAVs using identified control augmented dynamics // Proc. of the Intern. Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2018). Dallas, USA, 12–15 June, 2018. DOI: 10.1109/ICUAS.2018.8453377.
6. **Espinoza-Fraire T., Parada R., Dzul A., Lozano R.** Linear controllers implementation for a fixed-wing MAV // Proc. of the Intern. Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS 2014). Orlando, USA, 27–30 May, 2014. P. 1081–1090.
7. **Золотухин Ю. Н., Нестеров А. А.** Управление угловым положением летательного аппарата // Автометрия. 2015. **51**, № 5. С. 35–41.
8. **Димова А. С., Котов К. Ю., Мальцев А. С., Филиппов М. Н.** Управление квадрокоптером в задаче транспортировки груза на подвесе // Автометрия. 2018. **54**, № 5. С. 116–121. DOI: 10.15372/AUT20180515.
9. **Котов К. Ю., Мальцев А. С., Нестеров А. А., Ян А. П.** Алгоритмы и архитектура системы управления траекторным движением мультироторного летательного аппарата // Автометрия. 2020. **56**, № 3. С. 20–28. DOI: 10.15372/AUT20200303.

*Поступила в редакцию 19.04.2021*

*После доработки 09.06.2021*

*Принята к публикации 18.06.2021*